Einführung in die Quantenphysik

Inhaltsverzeichnis

1 Wellen **5**
1.1 Was versteht man unter einer Welle? 5
1.2 Interferenz und Beugung 7

2 Einführung in die Quantenphysik **9**
2.1 Einleitung 9
2.2 Die Bahnkurve in der Klassischen Physik 9

3 Das Doppelspaltexperiment **13**
3.1 Das Doppelspaltexperiment mit klassischen Teilchen 13
3.2 Das Doppelspaltexperiment mit Elektronen 15
3.3 Weitere Merkwürdigkeiten der Quantenphysik 18

4 Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation **27**
4.1 Präparation in der Klassischen Physik 27
4.2 Präparation von Ort und Geschwindigkeit bei Elektronen 29
4.3 Unbestimmtheitsrelation und Bahnbegriff 31

5 Anwendungen der Quantenphysik **33**
5.1 Der Quantencomputer 33
5.1.1 Vergleich von klassischem Computer und Quantencomputer 34
5.1.2 Experimentelle Realisierung 35

1 Wellen

1.1 Was versteht man unter einer Welle?

Unter einer Welle versteht man eine sich räumlich und zeitlich ausbreitende Störung. Die kreisförmigen Wellen, die sich nach dem Wurf eines Steines ins Wasser ausbreiten oder das horizontale Auslenken eines Seiles bzw. eines Slinkys sind Beispiele für mechanische Wellen[1] (Abbildung 1.1).

Abbildung 1.1: Wellen

Klatschen wir einmal in die Hände oder lassen einen Luftballon platzen, so breitet sich eine einmalige Störung in Form einer Druckwelle durch die Luft aus. Eine Störung kann aber auch ein periodischer Vorgang sein, wie beim periodischen Auslenken eines Seilendes, beim rhythmischen Klatschen oder Singen eines Tones. Eine solche periodische Welle lässt sich durch eine Abfolge von sogenannten Bergen und Tälern (Wasserwelle, Seilwelle) bzw. Verdichtungen und Verdünnungen der Luft bei Schallwellen beschreiben.
Im Folgenden betrachten wir eine Kette von Bojen auf einem See, die sich alle voneinander im gleichen Abstand befinden. Ist die Wasseroberfläche glatt (oder auch „ungestört“), liegen die Bojen alle bewegungslos auf dem Wasser und man spricht davon, dass sie sich in Ruhelage befinden. Breitet sich jedoch eine Wasserwelle auf dem See aus, bewegen sich die Bojen auf ihren Plätzen näherungsweise auf und ab. Die Kette der Bojen beschreibt eine Abfolge von Bergen und Tälern[2] (Abbildung 1.2).

[1] Neben den mechanischen Wellen gibt es auch noch die elektromagnetischen Wellen wie z.B. Radiowellen und Mikrowellen, welche hier nicht näher betrachtet werden.

[2] Die Beschreibung einer Wasserwelle durch Berge und Täler ist eine Vereinfachung: Genau betrachtet führen die Bojen auf dem Wasser kreisende Bewegungen aus.

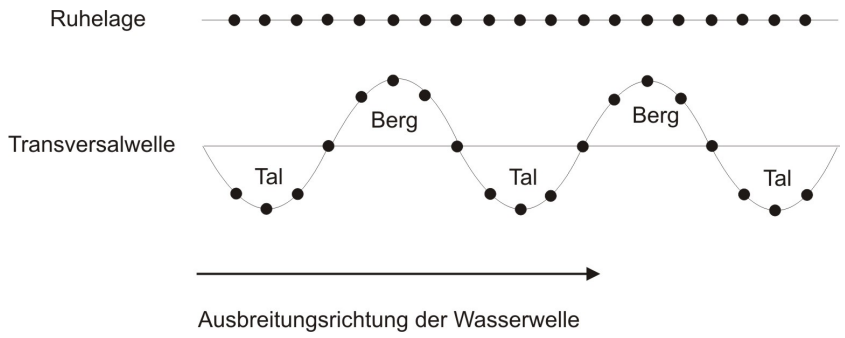


Abbildung 1.2: Vereinfachte Beschreibung der Wellenausbreitung im Wasser[2]

Eine solche Störung, die senkrecht zu ihrer Ausbreitungsrichtung erfolgt, nennt man eine Querwelle oder auch Transversalwelle. Beispiele dafür sind die schon betrachteten Wasser- und Seilwellen.
Erfolgt die Störung jedoch in Ausbreitungsrichtung, so spricht man von einer Längswelle oder auch Longitudinalwelle. Eine solche Longitudinalwelle kann man z.B. auf dem Bahnhof beobachten: Ein Zug aus mehreren lose miteinander verbundenen Wagen, die sich alle im gleichen Abstand voneinander befinden, steht auf einem Gleis (Ruhelage). Wird dieser Zug nun durch eine Lokomotive leicht angestoßen, so breitet sich dieser Stoß durch die gesamte Reihe der Wagen bis zum letzten Wagen aus. Die Wagen sind mal dichter beieinander (Verdichtung) und mal weiter voneinander entfernt (Verdünnung). Genauso kann man sich die Ausbreitung einer Schallwelle, die durch einen schwingenden Gegenstand (z.B. eine Lautsprechermembran) entsteht, in Luft vorstellen: die sich zu Beginn in Ruhe befindenden Luftmoleküle werden durch eine Schallwelle immer wieder zusammengedrückt und auseinandergezogen und somit verdichtet bzw. verdünnt sich die Luft (Abbildung 1.3).

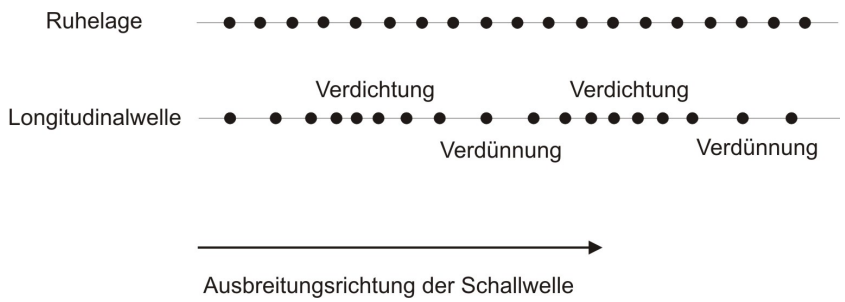


Abbildung 1.3: Beschreibung der Wellenausbreitung in Luft

1.2 Interferenz und Beugung

Charakteristische Erscheinungen bei Wellen sind die **Interferenz** und die **Beugung**, die im Folgenden erklärt werden sollen.
Lässt man zwei Steine in einem Abstand von ca. 15 cm ins Wasser fallen, so bildet sich um jeden Stein eine Wasserwelle aus. Diese beiden Wasserwellen überlagern und durchdringen sich teilweise, ohne sich jedoch gegenseitig in ihrer Ausbreitung zu stören.

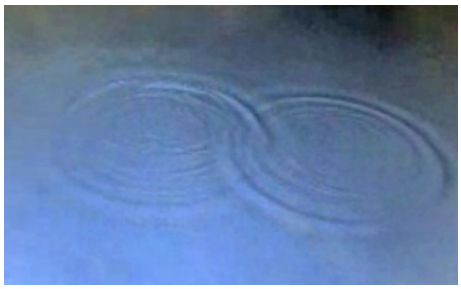
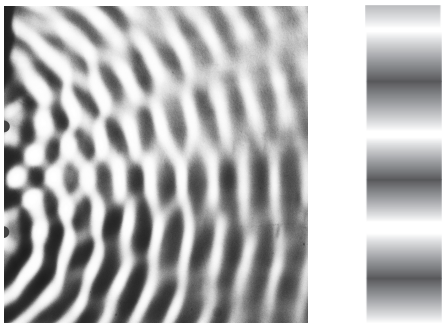


Abbildung 1.4: Überlagerung zweier Wasserwellen

Eine Überlagerung zweier oder mehrerer Wellen nennt man **Interferenz**.
Einen Ausschnitt der Überlagerung zweier periodisch erregter Wasserwellen zeigt Abbildung 1.5, bei deren genauen Betrachtung man feststellt, dass Linien entstanden sind, auf denen das Wasser fast vollständig in Ruhe ist. In der Mitte zwischen diesen Linien sind die Wasserwellenberge und -täler höher oder tiefer als die bei einer einzelnen Wasserwelle (siehe Abbildung 1.5 (a)).



(a) (b)

Abbildung 1.5: Ausschnitt aus dem Interferenzmuster

Somit führt die Überlagerung zweier Wellen stellenweise zu einer Verstärkung bzw. zu einer Abschwächung. Das so entstandene Muster nennt man auch **Interferenzmuster**. Lässt man eine solche Überlagerung zweier Wasserwellen z.B. auf eine Mauer treffen, so stellt sich das Interferenzmuster auf dieser als „Streifenmuster“ dar: in bestimmten Gebieten („Streifen“) treffen auf die Mauer höhere oder tiefere Wasserwellenberge oder -täler auf

(dunkle Streifen in Abbildung 1.5 (b)), in den dazwischen liegenden Gebieten bleibt der Wasserspiegel unverändert, da das Wasser dort fast zur Ruhe gekommen ist (helle Streifen in Abbildung 1.5 (b)).
Wasserwellen sind vereinfacht betrachtet ein Beispiel für Transversalwellen. Lässt sich das Phänomen der Verstärkung bzw. Abschwächung durch die Interferenz von Wellen auch mit Longitudinalwellen feststellen? Schall breitet sich in Form von Wellen aus, die für uns durch Luftdruckschwankungen, also Verdichtungen und Verdünnungen der Luft, hörbar sind. Somit ist der Schall ein Beispiel für eine Longitudinalwelle. Mit Hilfe des folgenden Versuches soll die Interferenz von Schallwellen untersucht werden.

Experiment 1: Zwei Lautsprecher werden auf Kopfhöhe in einem Abstand von ca. 1 m so nebeneinander aufgestellt, dass sie in etwa parallel nach vorne abstrahlen. Nun schließt man die Lautsprecher an einen Funktionsgenerator an und stellt an diesem eine Frequenz von ca. 1000 Hz ein. Gehe nun in einer Entfernung von ca. 2 m parallel zu der Anordnung, d.h. von Lautsprecher 1 in Richtung von Lautsprecher 2, hin und her. Was stellst Du fest?

Wenn man an der Anordnung vorbeigeht, kann man Lautstärkeschwankungen hören. Also führt die Interferenz von Schallwellen ebenfalls stellenweise zu Verstärkungen bzw. Abschwächungen im Raum. Das Interferenzmuster von Schallwellen gleicht dem, das bei der Überlagerung zweier punktförmig angeregter Wasserwellen entstanden ist. Die Verteilung der Verstärkung bzw. Abschwächung im Raum lässt sich wiederum in „Streifen“ unterteilen.
Ein weiteres charakteristisches Phänomen bei Wellen ist die **Beugung**. Dass wir Musik auch im Nebenzimmer hören können, obwohl die Tür nur einen Spalt breit geöffnet ist, wissen wir alle. Der Schall scheint somit auch um „die Ecke gehen“ zu können. Diese Erscheinung, dass sich Schallwellen auch hinter Hindernissen oder Öffnungen ausbreiten können, nennt man **Beugung**. Das Phänomen der Beugung lässt sich auch bei Wasserwellen beobachten: Trifft eine ebene Wasserwelle auf einen Spalt, so breitet sich hinter diesem wieder eine kreisförmige Wasserwelle aus (siehe Abbildung 1.6).

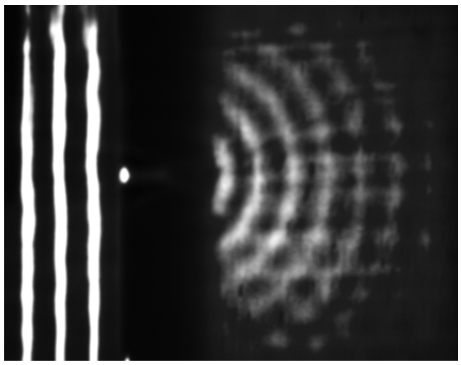


Abbildung 1.6: Beugung am Spalt mit einer Wasserwelle

2 Einführung in die Quantenphysik

2.1 Einleitung

Ende des 19. Jahrhunderts war man der Ansicht, dass in der Physik schon alles Wesentliche entdeckt und erforscht sei und die Aufgabe der Physiker in den kommenden Jahren darin bestehe, nur noch ein paar unwesentliche Details zu klären. Zu Beginn des 20. Jahrhunderts allerdings erfuhr die Physik eine Revolution: Mit der Relativitätstheorie und der Quantenphysik begann eine neue Ära der Physik, die unser heutiges physikalisches Weltbild beherrscht. Mit Hilfe der Quantenphysik kann man das Verhalten von mikroskopischen, also sehr kleinen Objekten (z.B. Atome, Atomkerne, Photonen und Elektronen) und die Eigenschaften von Molekülen und Festkörpern erfolgreich beschreiben. Die Gesetze der sogenannten Klassischen Physik (Newtonsche Mechanik, Elektrizitätslehre, Magnetismus, Optik, Wärmelehre, ...) lassen sich auf diese mikroskopischen Systeme nicht mehr anwenden.
Allerdings stößt man beim Arbeiten mit Quantenobjekten wie z.B. Elektronen auf verblüffende Erscheinungen, die unserem normalen Denken so stark widersprechen, dass berühmte Physiker, wie z.B. Niels Bohr, Richard Feynman und Daniel Greenberger, die sich intensiv mit der Quantenphysik beschäftigt haben, über diese sagen:

- „Wer von der Quantentheorie nicht schockiert ist, der hat sie nicht verstanden.“
  (Niels Bohr)

- „... ich denke, ich kann davon ausgehen, dass niemand die Quantenmechanik versteht.“
  (Richard Feynman)

- „Einstein sagte, die Welt kann nicht so verrückt sein. Heute wissen wir, die Welt ist so verrückt.“
  (Daniel Greenberger)

2.2 Die Bahnkurve in der Klassischen Physik

Um eine erste Merkwürdigkeit der Quantenmechanik und auch die Grenzen der Klassischen Mechanik zur Beschreibung von Quantenobjekten zu verstehen, betrachten wir zunächst ein Experiment aus der Klassischen Physik, den horizontalen Wurf (Abbildung 2.1).

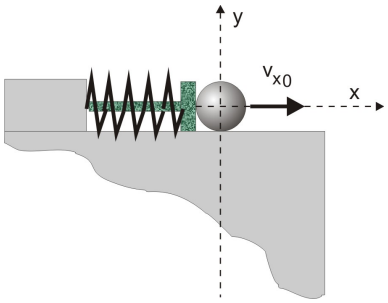


Abbildung 2.1: Die horizontale Wurfmaschine

Experiment 2 (Java-Applet): Kugeln gleicher Masse werden mit Hilfe einer Vorrichtung, mit der die Kugeln stets mit der gleichen Geschwindigkeit vom gleichen Ort abgeschossen werden, angestoßen. Unter diesen Voraussetzungen beschreibt jede Kugel die gleiche Bahnkurve, bei der sich zu jedem Zeitpunkt sowohl der Ort als auch die Geschwindigkeit angeben lässt (Abbildung 2.2).

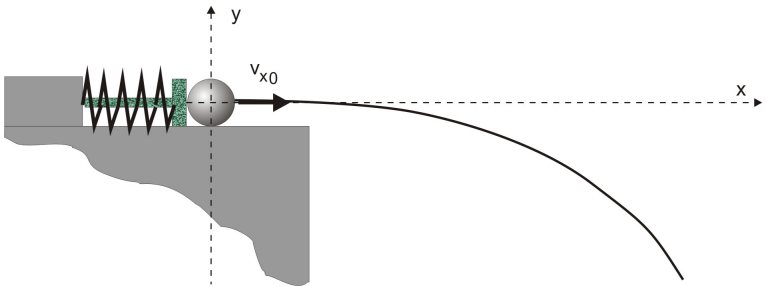


Abbildung 2.2: Bahnkurve

Möchte man den Ort der Kugel zu verschiedenen Zeitpunkten bestimmen, so kann man dies mit Hilfe eines Maßbandes tun. Auch die Geschwindigkeit der Kugel lässt sich zu jedem Zeitpunkt angeben.
Somit kann man folgendes festhalten: In der Klassischen Mechanik können Körpern die Eigenschaften „Ort“ und „Geschwindigkeit“ zu jedem Zeitpunkt stets ohne Probleme zugeschrieben werden. Zu jedem Zeitpunkt t **hat** der Körper die Eigenschaften „Ort“ und „Geschwindigkeit“. Das bedeutet mit anderen Worten: Zu jedem Zeitpunkt befindet sich der Körper an einem bestimmten Ort x und hat dort die Geschwindigkeit v.
Können auch Elektronen (also einem Quantenobjekt, das kleiner als 10^{-19} m ist) zu jedem Zeitpunkt die Eigenschaften „Ort“ und „Geschwindigkeit“ zugeschrieben werden? Dazu betrachten wir folgendes Experiment:

Experiment 3 (Kathodenstrahlröhre): In einer Kathodenstrahlröhre befindet sich ein Plattenkondensator so, dass die von einem glühenden Heizdraht emittierten und anschließend beschleunigten Elektronen senkrecht zur Feldrichtung in das elektrische Feld des Plattenkondensators gelangen. Zwischen den Platten des Kondensators befindet sich zudem ein schräg gestellter Leuchtschirm, auf dem der Verlauf des Elektronenstrahls sichtbar wird. Legt man nun eine Spannung an den Plattenkondensator an, so beobachtet man auf dem Leuchtschirm eine Ablenkung des Elektronenstrahls.

Die Ablenkung des Elektronenstrahls erfolgt in Richtung der positiv geladenen Platte. Diese Ablenkung resultiert aus der gleichförmigen horizontalen Bewegung und der überlagerten gleichförmig beschleunigten vertikalen Bewegung, wie es uns schon von dem waagerechten Wurf im Schwerefeld der Erde bekannt ist. Die Bahnkurve beschreibt somit einen Parabelbogen, der in Abhängigkeit von der Spannung am Plattenkondensator schwächer oder stärker gekrümmt ist (Abbildung 2.3).

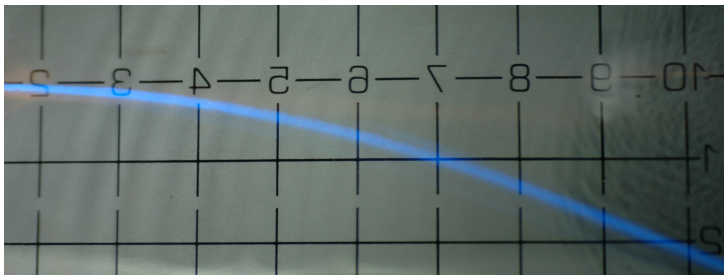


Abbildung 2.3: Ablenkung des Elektronenstrahls in der Kathodenstrahlröhre

Die Elektronen, die durch das elektrische Feld abgelenkt werden, bewegen sich auf einer Bahn, die der Bahn beim waagerechten Wurf entspricht. Durch die Bauweise der Röhre ist die Geschwindigkeit der Elektronen relativ genau festgelegt, so dass diesen die Eigenschaft „Geschwindigkeit“ zugeschrieben werden kann. Beschäftigen wir uns nun damit, ob man bei Elektronen auch problemlos die Eigenschaft „Ort“ bestimmen kann.
Betrachtet man die Bahnkurve der Elektronen auf dem Schirm der Kathodenstrahlröhre nochmals genauer, fällt auf, dass diese im Verhältnis zur Größe eines Elektrons (kleiner als 10^{-19} m) sehr viel breiter ist, nämlich mehr als 10^{16} mal so ausgedehnt, wie ein Elektron. Der Ort einer Kugel mit einem Durchmesser von 1 cm wäre entsprechend nur auf 100.000.000.000 km genau festgelegt. Dies gibt Anlass zu der Frage: Stimmt es wirklich, dass dem Elektron wie gewohnt die Eigenschaft „Ort“ zugesprochen werden kann? Um diese Frage zu beantworten, betrachten wir ein Experiment, das sogenannte Doppelspaltexperiment mit Elektronen, das 1959 von Claus Jönsson an der Universität in Tübingen erstmalig durchgeführt wurde.

Experiment 4 (Film über das Doppelspaltexperiment mit Elektronen): Eine Elektronenquelle sendet mit 50 kV beschleunigte Elektronen aus, die auf eine Kupferfolie mit zwei Spalten treffen. Hinter dem Spalt befindet sich ein Leuchtschirm. Was man auf dem Leuchtschirm beobachtet, kannst Du Dir in dem Film „doubleslite.wmv“ ansehen.

Zunächst beobachtet man auf dem Leuchtschirm einzelne helle Punkte, die an den Auftrefforten der Elektronen auf dem Schirm zu sehen sind. Mit der Zeit bildet sich aus den zunächst wahllos erscheinenden hellen Punkten immer deutlicher ein „Streifenmuster“ heraus, das uns an das Muster erinnert, das beim Auftreffen zweier sich überlagernder Wasserwellen auf einer Mauer zu beobachten ist (Kapitel 1.2).

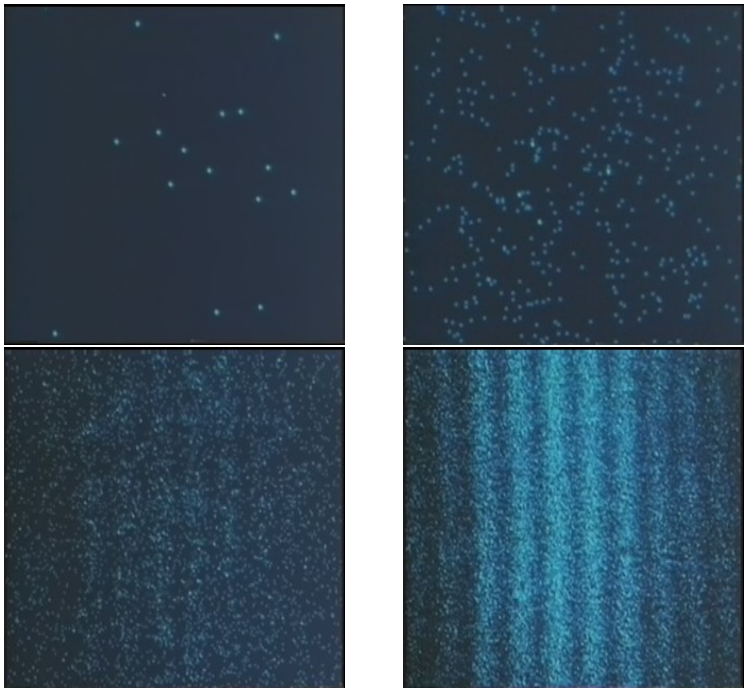


Abbildung 2.4: Doppelspaltexperiment mit Elektronen

Beim Doppelspaltexperiment mit Elektronen[2] beobachtet man also auf dem Schirm hinter der Anordnung ein Interferenzmuster. Was würde man jedoch klassisch erwarten? Betrachten wir dazu zunächst das Doppelspaltexperiment mit klassischen Teilchen.

[2]Das Jönsson-Experiment bestätigt die Grundannahmen der Quantenmechanik. Lange wurde die Realisierbarkeit des Doppelspaltexperiments mit Elektronen für unmöglich gehalten und es mussten einige Schwierigkeiten überwunden werden, wie die Herstellung von Spalten in einer sehr kleinen Größenordnung von Mikrometern (1 μm = 10^{-6}m) und die Abschirmung störender äußerer Einflüsse. So stellte Jönsson während seiner experimentellen Arbeiten z.B. fest, dass das Streifenmuster auf dem Bildschirm durch den Herzschlag des Beobachters erheblich beeinflusst wurde. Als Jönsson nach fast zwei Jahren Arbeit das erste Mal das Streifenmuster beobachten konnte, rief er einen schwäbischen Kollegen hinzu. Dieser rief aus: „Do send se jo, de Stroife!“ Zu Recht wurde das Experiment von Jönsson im Jahr 2002 in einer Umfrage unter 200 Physikern als das schönste Experiment der Physik gewählt.

3 Das Doppelspaltexperiment

3.1 Das Doppelspaltexperiment mit klassischen Teilchen

Im Folgenden soll der Doppelspaltversuch mit Farbspray durchgeführt werden, bei dem man davon ausgehen kann, dass sich die einzelnen Farbtröpfchen wie klassische Teilchen verhalten.

Experiment 5 (Realexperiment oder Computersimulation): Schneide mit einer scharfen Klinge zwei Spalte in ein Blatt Papier oder eine Pappe. Sprühe dann mit einer Farbsprühdose kleine Farbtröpfchen durch diesen „Doppelspalt" auf einen dahinterliegenden Papierschirm.
Alternativ dazu kannst Du auch auf das Simulationsprogramm „Doppelspalt" zurückgreifen. Stelle als Quelle „Farbspray" ein, indem Du in der Schaltfläche rechts unten auf „Quelle" klickst und dort „Farbspray" auswählst. Achte darauf, dass beide Spalte geöffnet sind und schalte die Quelle ein[1] (Durch Mausklick auf das rote Symbol in der Schaltfläche wird die Quelle ein- und ausgeschaltet.).
Wenn die beiden Spalte nicht zu weit auseinander liegen, wirst Du ein Muster wie in Abbildung 3.1 erhalten[2]. Die Intensität der Farbe auf dem Schirm ist hinter den Spalten am größten und nimmt nach außen hin kontinuierlich und ohne auffällige Strukturen ab. Wir beschreiben die Verteilung der Farbintensität durch eine Funktion $P(x)$: Dort, wo die Intensität am größten ist, ist auch $P(x)$ am größten.

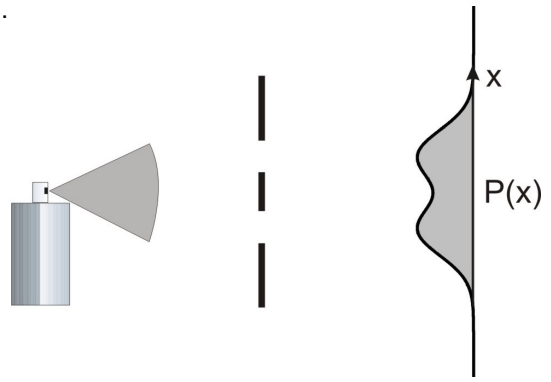


Abbildung 3.1: Doppelspaltversuch mit Farbtröpfchen (klassische Teilchen) bei zwei geöffneten Spalten

Experiment 6 (Realexperiment oder Computersimulation): In Experiment 5 wird Spalt 2 abgedeckt, so dass nur Farbtröpfchen von Spalt 1 auf den Schirm gelangen. Im Simulationsprogramm „Doppelspalt" klickst Du dazu auf den Doppelspalt und im darauf erscheinenden Fenster auf Spalt 2. Damit wird der zweite Spalt geschlossen und nur noch Spalt 1 ist geöffnet. Nach Einschalten der Quelle ergibt sich die Farbintensitätsverteilung $P_1(x)$ (Abbildung 3.2).

[1] Die Spalteinstellungen für die Quelle „Farbspray" betragen im Programm automatisch eine Spaltbreite von 10 mm und einen Spaltabstand von 20 mm.

[2] Im Simulationsprogramm „Doppelspalt" klickst Du für diese Darstellung des Ergebnisses auf den Schirm und wählst im darauf erscheinenden Fenster „Auswertung" aus.

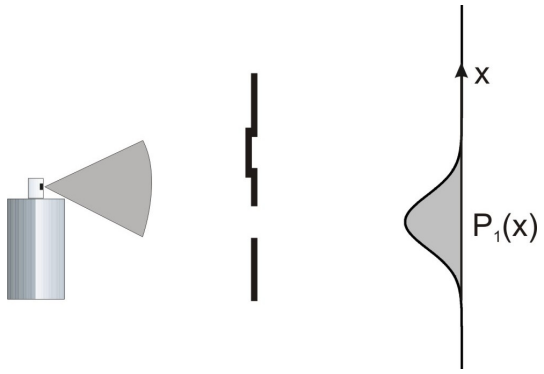


Abbildung 3.2: Doppelspaltversuch mit Farbtröpfchen (klassische Teilchen) bei einem geöffneten Spalt (Spalt 1)

Danach wird der andere Spalt abgedeckt, so dass nur Farbe von Spalt 2 auf den Schirm gelangt. Im Simulationsprogramm „Doppelspalt“ klickst Du dazu wiederum auf den Doppelspalt und in dem sich öffnenden Fenster sowohl auf Spalt 1 als auch Spalt 2. Damit schließt Du Spalt 1 und öffnest Spalt 2. Man erhält so die Verteilung $P_2(x)$ (Abbildung 3.3).

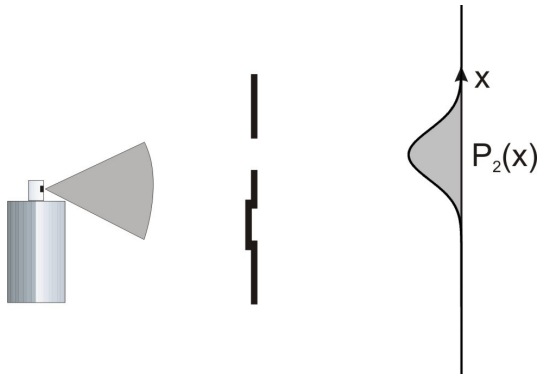


Abbildung 3.3: Doppelspaltversuch mit Farbtröpfchen (klassische Teilchen) bei einem geöffneten Spalt (Spalt 2)

Für klassische Teilchen ist somit die mit Hilfe des Doppelspalts erzeugte Farbverteilung $P(x)$ gleich der Summe der beiden Einzelspaltverteilungen $P_1(x)$ und $P_2(x)$.

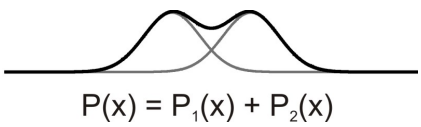


Abbildung 3.4: Verteilung beim Doppelspaltversuch mit Farbtröpfchen (klassische Teilchen)

Damit kann man festhalten, dass man auch hier den einzelnen Farbpartikeln in der Spaltebene die Eigenschaft „Ort“ zusprechen kann, da sie entweder durch den oberen oder den unteren Spalt auf den Papierschirm gelangt sind. Das Experiment bestätigt somit unsere Erwartungen auf der Grundlage der Klassischen Physik.

3.2 Das Doppelspaltexperiment mit Elektronen

Führt man den gleichen Versuch mit Elektronen durch, erhält man bei den jeweils einzeln geöffneten Spalten eine ähnliche Verteilung wie beim Versuch mit der Sprühdose. Sind beide Spalte geöffnet, ergibt sich jedoch eine andere Verteilung als klassisch erwartet: Die Verteilung entspricht nicht der Gestalt der Summe der Einzelverteilungen! Die erhaltene Häufigkeitsverteilung hat die Gestalt eines Interferenzmusters (siehe Kapitel 2.2).
Benutze im Folgenden das Simulationsprogramm „Doppelspalt“ und befolge die Anweisungen.

Experiment 7 (Computersimulation): Verwende für die folgenden Versuche Elektronen mit einer Energie von 50 keV und für die Spalteinstellungen eine Spaltbreite von 300 nm und einen Spaltabstand von 1000 nm. Schließe Spalt 2, so dass die Elektronen nur noch durch Spalt 1 hindurch treten können und schalte die Quelle ein. Wenn Du wartest, bis sich das Schirmbild aufgebaut hat, erhältst Du eine Elektronenverteilung $P_1(x)$, deren Maximum hinter Spalt 1 liegt (Abbildung 3.5). [3]

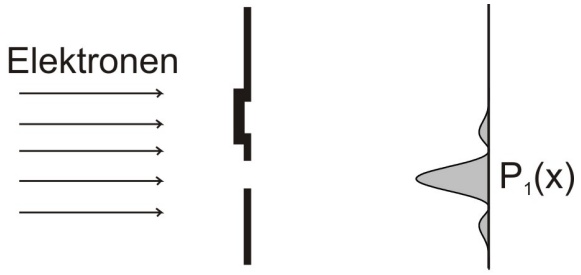


Abbildung 3.5: Doppelspaltversuch mit Elektronen bei einem geöffneten Spalt (Spalt 1)

Nun öffne wieder Spalt 2 und schließe Spalt 1. Alle Elektronen müssen jetzt durch Spalt 2. Nach Einschalten der Quelle ergibt sich die Verteilung $P_2(x)$, deren Maximum hinter Spalt 2 liegt (Abbildung 3.6).

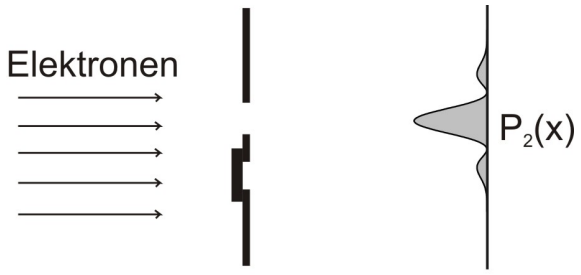


Abbildung 3.6: Doppelspaltversuch mit Elektronen bei einem geöffneten Spalt (Spalt 2)

[3] Die zwei Nebenmaxima, die Du bei der Verteilung der Elektronen am Einzelspalt beobachtest, entstehen durch die Elektronenbeugung. Darauf soll hier nicht näher eingegangen werden.

Wenn Du nun Spalt 1 wieder öffnest und den Versuch nochmals mit Elektronen, die durch den Doppelspalt gehen, durchführst, erhältst Du folgende Häufigkeitsverteilung $P(x)$ auf dem Schirm (Abbildung 3.7 (a)):

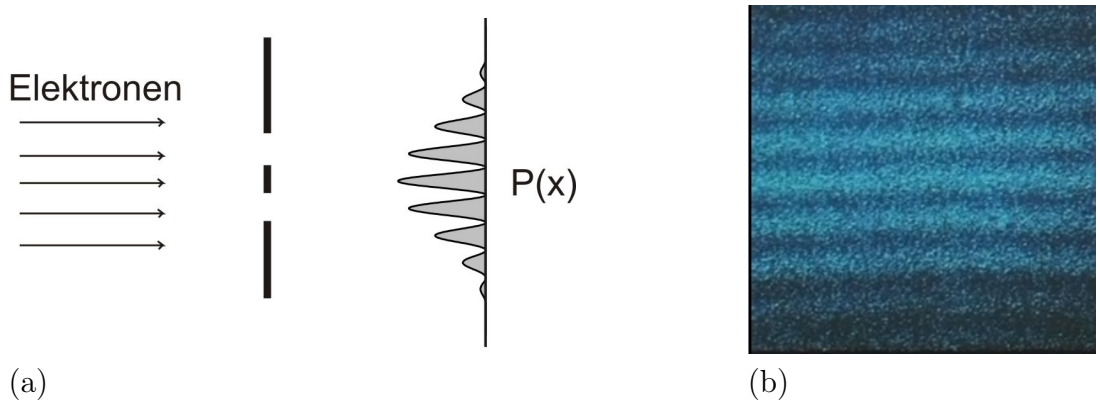


Abbildung 3.7: Doppelspaltversuch mit Elektronen bei zwei geöffneten Spalten

Diese Häufigkeitsverteilung entspricht dem Interferenzmuster (Streifenmuster), das wir schon beim Jönsson-Experiment beobachtet haben (Abbildung 3.7 (b)) und unterscheidet sich von der klassisch erwarteten Verteilung: Legt man die beiden Verteilungsmuster $P_1(x)$ und $P_2(x)$, die man aus den Einzelspaltversuchen mit Elektronen erhalten hat, übereinander, ergibt sich die Verteilung $P_S(x)$ (Abbildung 3.8 (a)). Diese Verteilung ist jedoch eine **andere**, als bei zwei gleichzeitig geöffneten Spalten (Abbildung 3.8 (b)).[4]

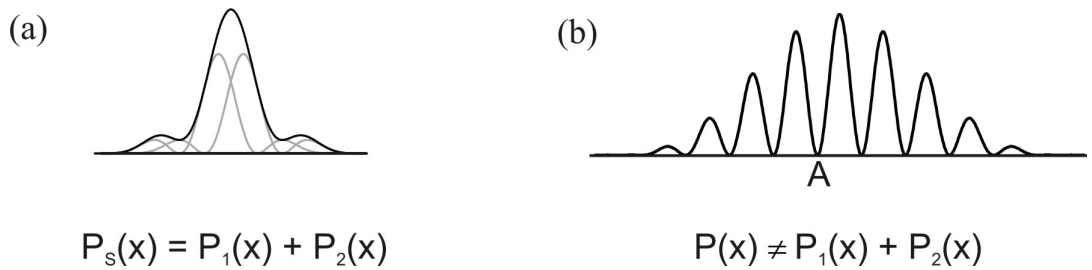


Abbildung 3.8: Verteilungen beim Doppelspaltversuch mit Elektronen

[4]Die beiden Verteilungen kannst Du im Simulationsprogramm „Doppelspalt“ übereinanderlegen, indem Du auf den Schirm klickst und in dem daraufhin erscheinenden Fenster auf den mit „A“ beschrifteten Knopf drückst. Damit wird das automatische Löschen des Schirms nach jeder Änderung der Konfiguration verhindert.

Für Elektronen gilt demnach also $P(x) \neq P_1(x) + P_2(x)$. Im Gegensatz zu klassischen Teilchen stellt es für Elektronen einen Unterschied dar, ob beide Spalte gleichzeitig offen sind oder ob einer nach dem anderen geöffnet wird. Verblüffenderweise treffen nach Öffnen des zweiten Spaltes an einigen Stellen sogar **weniger** oder wie an der Stelle A praktisch gar keine Elektronen auf den Bildschirm (Abbildung 3.8 (b)), obwohl jetzt durch Spalt 2 weitere Möglichkeiten eröffnet wurden. Allgemein kann man nicht mehr sagen, dass die Elektronen entweder durch den oberen oder den unteren Spalt auf den Bildschirm gelangt sind, denn sonst müsste die Verteilung wie in Abbildung 3.8 (a) entstehen. Somit besitzen die Elektronen **nicht** mehr die Eigenschaft „Ort“ in der Spaltebene.
Dies ist ein großer Unterschied zu unseren alltäglichen Erfahrungen, bei denen wir wie beim horizontalen Wurf (Kapitel 2.2) immer selbstverständlich voraussetzen, dass wir einem Objekt die Eigenschaft „Ort“ zu jedem Zeitpunkt zuschreiben können. Bei Quantenobjekten ist die Vorstellung, dass sie sich zu jedem Zeitpunkt t an einem bestimmten Ort x befinden, jedoch **falsch**: Vergleicht man die Ergebnisse der beiden Doppelspaltexperimente mit klassischen Teilchen und Elektronen, so stellen wir einen unerwarteten Unterschied zwischen den Verteilungen auf dem Bildschirm fest. Beim Doppelspaltexperiment mit Elektronen entspricht die Verteilung auf dem Schirm bei zwei geöffneten Spalten **nicht** der Verteilung, die man beim Übereinanderlegen der beiden Einzelverteilungen der jeweils einzeln geöffneten Spalte erhalten würde. Somit verhalten sich Elektronen anders als klassische Teilchen und wir können nicht mehr davon sprechen, dass die Elektronen entweder durch Spalt 1 oder Spalt 2 auf den Bildschirm gelangt sind. Das erhaltene Interferenzmuster auf dem Schirm könnte man auf den ersten Blick so deuten, dass die Elektronen durch beide Spalte **gleichzeitig** gehen und sich hinter der Spaltebene wie zwei Wasserwellen überlagern. Wie wir schon in Kapitel 1.2 festgestellt haben, kann auf diese Weise ein Interferenzmuster entstehen. Wir werden aber noch sehen, dass dies hier nicht der Fall ist! Demzufolge besitzen die Elektronen in der Spaltebene **nicht** die Eigenschaft „Ort“, da dies bedeuten würde, dass man jedem Elektron eindeutig einen Spalt zuordnen kann, durch den es die Spaltebene passiert hat.
Ein weiterer Unterschied zu unseren alltäglichen Erfahrungen soll im Folgenden aufgezeigt werden. Dafür sehen wir uns erneut den Film über das Doppelspaltexperiment mit Elektronen an.

Experiment 8 (Film über das Doppelspaltexperiment mit Elektronen): Schau Dir den Film ca. 10 Sekunden an, drücke auf Pause und betrachte das Muster, das sich in der Zwischenzeit ergeben hat. Nehmen wir an, Du möchtest jetzt noch ein weiteres einzelnes Elektron auf dem Schirm registrieren. Kannst Du vorhersagen, an welcher Stelle auf dem Schirm dieses Elektron auftrifft?
Starte nun wieder für einen kurzen Moment den Film und überprüfe Deine Vorhersage.

Es dürfte Dir nicht gelungen sein, den exakten Ort des neuen Flecks auf dem Schirm vorherzusagen, oder? Aber Deine Vorhersage wo dunkle Streifen bzw. helle Streifen auf dem Schirm entstehen, also wo viele Elektronen bzw. wenige Elektronen landen, wird bestimmt erfolgreicher werden.

Experiment 9 (Film über das Doppelspaltexperiment mit Elektronen): Schau Dir nun den Film ca. 1 Minute an, drücke auf Pause und betrachte das Muster, das sich nun ergeben hat. Kannst Du nun vorhersagen, an welchen Stellen viele Elektronen landen werden und an welchen Stellen wenige?
Starte nun wieder für einen kurzen Moment den Film und überprüfe Deine Vorhersage.

Vermutlich war Deine Vorhersage im letzten Experiment recht zuverlässig. Worin liegt nun der Unterschied zwischen den beiden Experimenten? Im zweiten Experiment haben wir die Spielregeln geändert: Wir sind von einer Aussage über ein **Einzelereignis** zu einer **Wahrscheinlichkeitsaussage** übergegangen. Auch dies ist wieder eine Besonderheit der Quantenmechanik: Im Allgemeinen sind keine Vorhersagen über Einzelereignisse möglich und man muss zu statistischen Aussagen übergehen.

3.3 Weitere Merkwürdigkeiten der Quantenphysik

In den vorangegangenen Kapiteln haben wir schon einige erstaunliche Besonderheiten der Quantenphysik kennengelernt; aber damit ist noch nicht genug ...
Um eine weitere Besonderheit zu erfahren, betrachten wir die folgenden Abbildungen: Auf einer Skipiste findet der „Erste Elektronen-Skilauf“ statt (Abbildung 3.9).

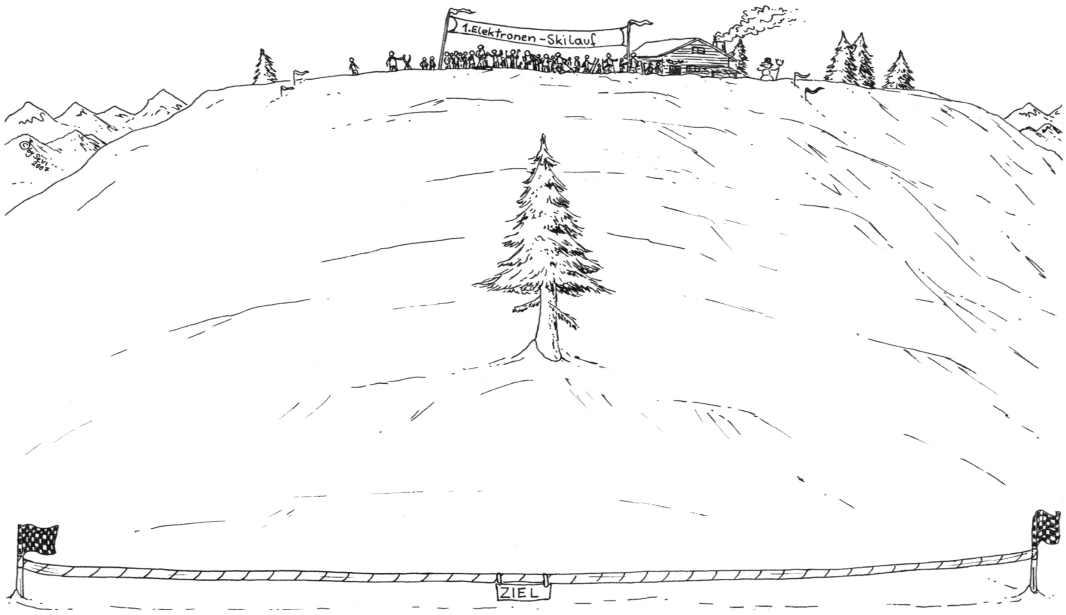


Abbildung 3.9: Der „Erste Elektronen-Skilauf“

Auf der Piste steht ein Baum, der ein Hindernis darstellt. Die Skifahrer sollen nun um dieses Hindernis herum ins Ziel fahren. Dabei verhalten sie sich wie die von uns bisher betrachteten Elektronen. Durch den Baum ergibt sich für die Skifahrer die gleiche Situation wie für die Elektronen am Doppelspalt: Es gibt zwei Möglichkeiten den Baum zu umfahren, entweder links oder rechts am Baum vorbei. Die entsprechende Situation war beim Doppelspaltexperiment durch die Möglichkeiten gegeben, entweder durch Spalt 1 oder durch Spalt 2 die Doppelspaltebene zu passieren und auf den Schirm zu gelangen. Nachdem schon drei Skifahrer im Ziel angekommen sind und ein weiterer sich auf der Piste befindet, ergibt sich folgendes Bild (Abbildung 3.10):

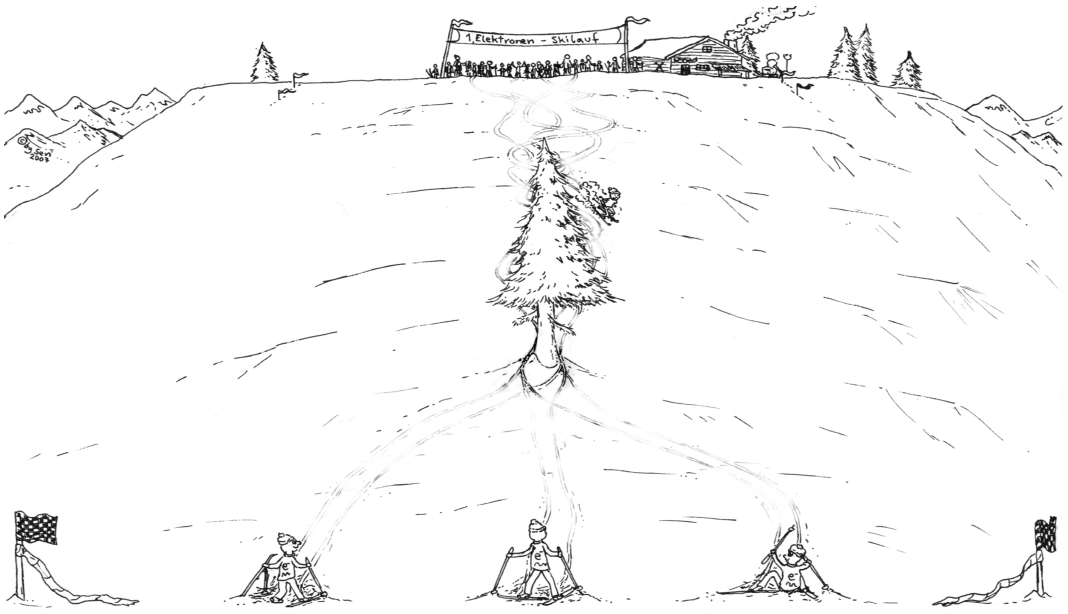


Abbildung 3.10: Die ersten Skifahrer haben das Ziel erreicht

Die Skifahrer sind an drei verschiedenen Stellen ins Ziel gekommen. Das Erstaunliche ist, dass die Spuren am Baum zeigen, dass die Skifahrer offensichtlich gleichzeitig mit je einem Ski sowohl links als auch rechts um den Baum herum ins Ziel gelangt sind! Die Skifahrer verhalten sich wie die Elektronen, die in der Doppelspaltebene die Eigenschaft „Ort“ nicht besitzen. Wir können von den Elektronen nicht mehr sagen, dass sie entweder durch Spalt 1 oder Spalt 2 im Doppelspaltexperiment auf den Schirm gelangt sind. Genauso verhält es sich hier mit den Skifahrern: Wir können wiederum nicht sagen, dass die Skifahrer entweder links oder rechts um den Baum herum gefahren sind, um ins Ziel zu gelangen. Sie scheinen gleichzeitig mit einem Ski sowohl links als auch rechts um den Baum herum zu fahren! Unsere Erfahrungen des alltäglichen Lebens widersprechen jedoch völlig dieser Beobachtung. Hier zeigt sich wiederum, dass die Gesetze der Klassischen Physik bei der Anwendung auf Quantenobjekte ihre Gültigkeit verlieren und die Quantenphysik als eine andersartige Beschreibung der Natur verstanden werden muss!

Kannst Du nun voraussagen, an welcher Stelle der Skifahrer, der sich noch auf der Piste befindet, im Ziel ankommt? In Kapitel 3.2 haben wir schon erfahren, dass eine Vorhersage von Einzelereignissen nicht möglich ist und man deshalb zu Wahrscheinlichkeitsaussagen übergehen muss. Deshalb sollten wir die Frage anders formulieren: Kannst Du vorhersagen, an welchen Stellen die nächsten Skifahrer mit großer Wahrscheinlichkeit im Ziel ankommen werden?

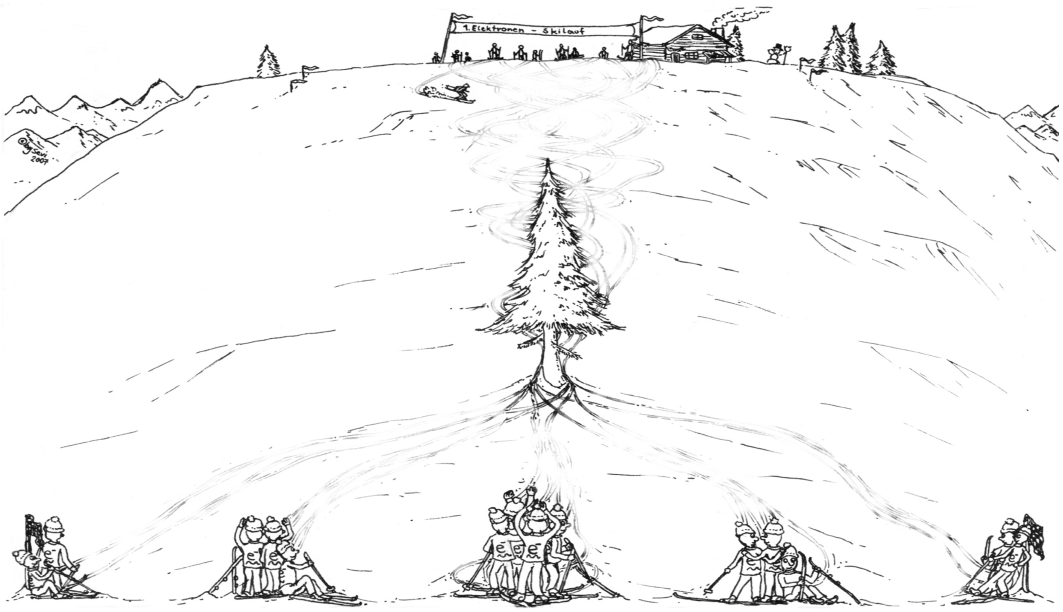


Abbildung 3.11: Fast alle Skifahrer haben das Ziel erreicht

Gegen Ende des „Ersten Elektronen-Skilaufs“ sind alle Skifahrer an bestimmten Stellen im Ziel angekommen. Diese Verteilung gleicht der, die sich auch beim Doppelspaltexperiment mit zwei gleichzeitig geöffneten Spalten mit Elektronen ergeben hat: An manchen Stellen landen viele Elektronen bzw. Skifahrer, an anderen wiederum nur wenige oder gar keine. Die Verteilung der Skifahrer entspricht also einem Interferenzmuster.
Die Spuren um den Baum in Abbildung 3.11 zeigen wiederum, dass die Skifahrer scheinbar gleichzeitig mit je einem Ski sowohl links als auch rechts um den Baum herum ins Ziel gelangt sind. Unsere Erklärung dafür war, dass die Skifahrer in der Baumebene wie die Elektronen in der Doppelspaltebene die Eigenschaft „Ort“ nicht besitzen. Was passiert jedoch, wenn wir sowohl links als auch rechts neben dem Baum eine Kamera anbringen? Damit ist es uns möglich, zu beobachten, was mit den Skifahrern am Baum passiert. Dazu betrachten wir folgende Abbildungen, die den „Zweiten Elektronen-Skilauf“ mit Liveübertragung zeigen.

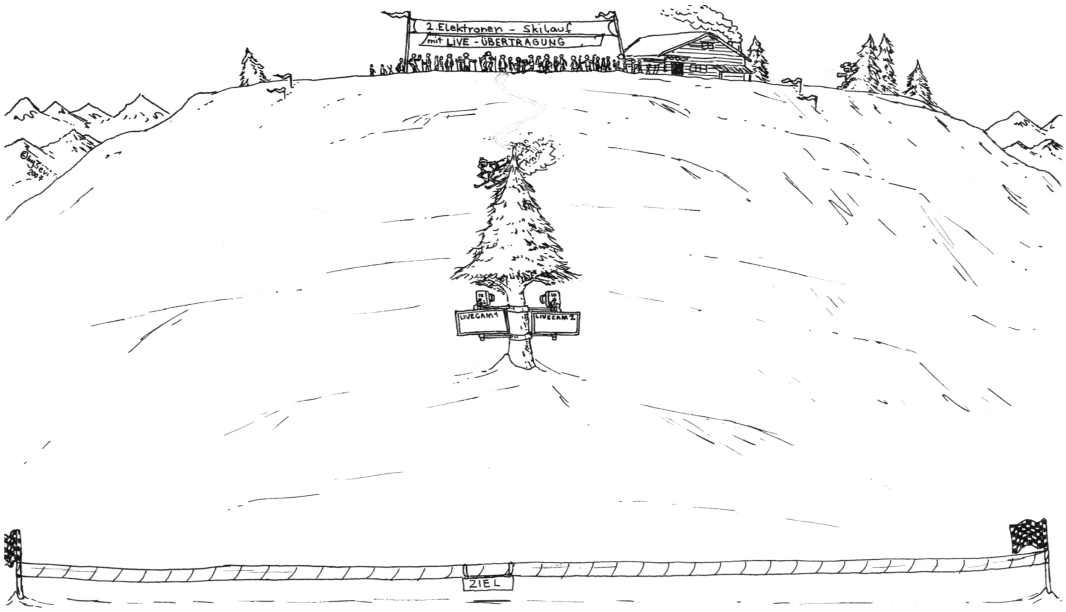


Abbildung 3.12: Der „Zweite Elektronen-Skilauf“ mit Liveübertragung

Wenn die Skifahrer wirklich gleichzeitig sowohl links als auch rechts um den Baum herum fahren, müssen wir je einen Teil der Skifahrer sowohl links als auch rechts in der Kamera sehen. Ist wirklich auf jeder Kamera ein Teil eines Skifahrers zu sehen?

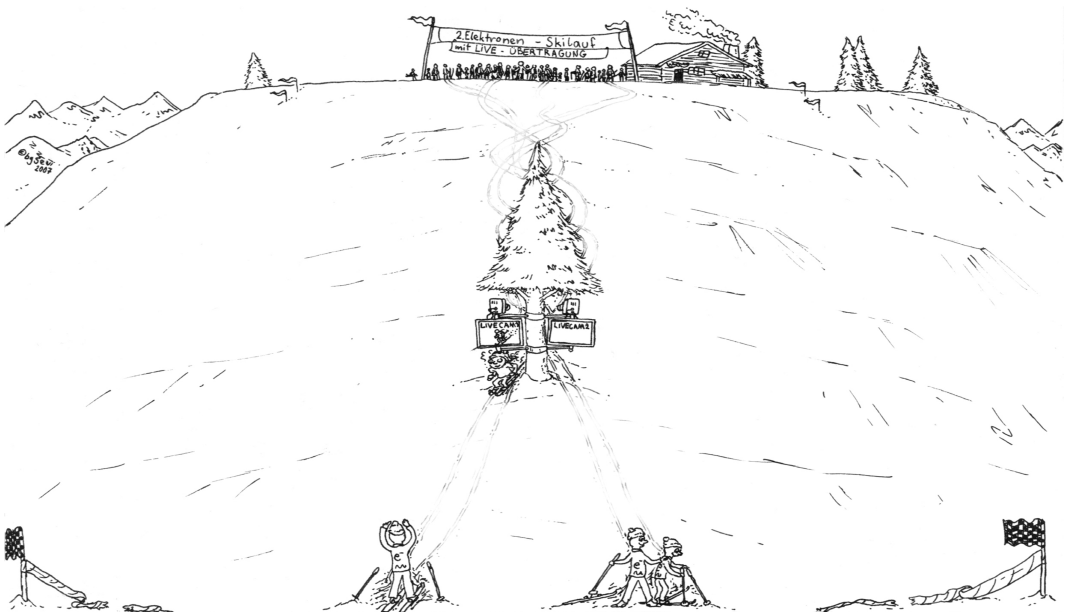


Abbildung 3.13: Die ersten Skifahrer haben das Ziel erreicht

Nachdem wiederum drei Skifahrer das Ziel erreicht haben und der vierte gerade die Baumebene passiert, beobachten wir jedoch, dass dieser Skifahrer als Ganzes auf dem Bildschirm der linken Kamera zu sehen ist! Und noch etwas fällt bei der genaueren Betrachtung der Abbildung 3.13 auf: Die Spuren um den Baum haben sich verändert! Sie weisen nun darauf hin, dass die Skifahrer entweder links oder rechts an dem Hindernis Baum vorbeifahren. Auf das Doppelspaltexperiment übertragen heißt das, dass die Elektronen, wenn wir sie in der Spaltebene beobachten, nun entweder durch Spalt 1 oder Spalt 2 gehen, obwohl beide Spalte gleichzeitig geöffnet sind. Das würde bedeuten, dass die Elektronen in der Spaltebene, bzw. die Skifahrer in der Baumebene die Eigenschaft „Ort“ nun doch besitzen. Beim Doppelspaltversuch mit klassischen Teilchen, den Farbtröpfchen aus der Spraydose, konnten wir diesen die Eigenschaft „Ort“ in der Spaltebene wie gewohnt zuschreiben. In diesem Fall haben wir aber auch eine andere Verteilung auf dem Schirm beobachtet, die sich aus der Summe der Einzelverteilungen ergeben hat. Ändert sich nun auch die Verteilung von vielen Skifahrern im Ziel?

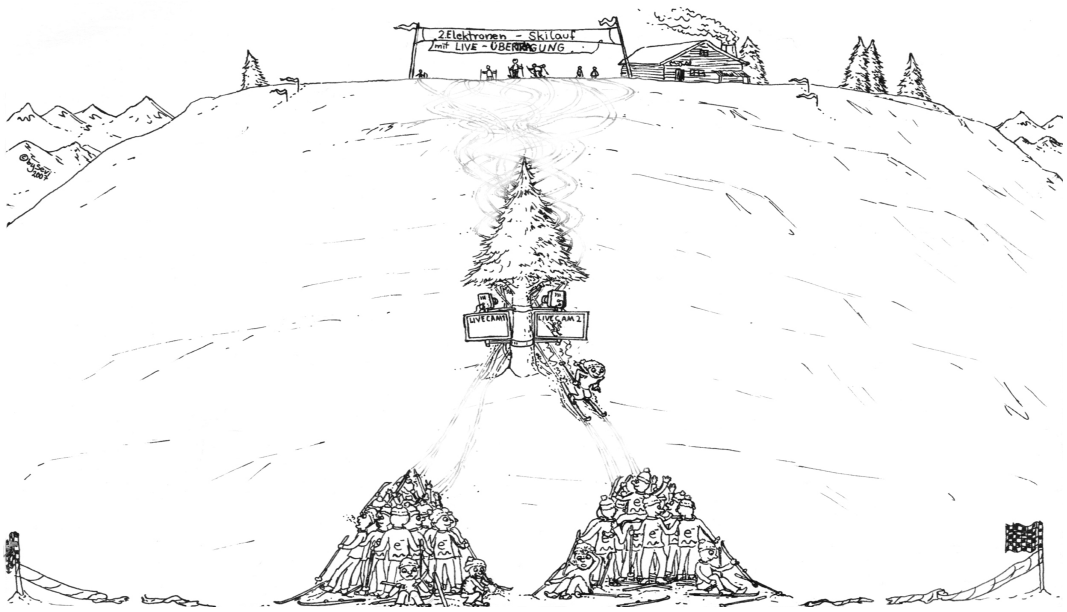


Abbildung 3.14: Fast alle Skifahrer haben das Ziel erreicht

Tatsächlich! Die Skifahrer sind an nur zwei Stellen im Ziel angekommen, was der Verteilung auf dem Schirm beim Doppelspaltexperiment mit klassischen Teilchen entspricht.
Worin liegt nun der Unterschied zwischen den beiden Elektronen-Skiläufen, der zu solchen Veränderungen in den Verteilungen der Skifahrer im Ziel führt? Beim „Zweiten Elektronen-Skilauf“ haben wir links und rechts vom Baum je eine Kamera angebracht. Durch diese Kameras haben wir eine **Ortsmessung** in der Baumebene durchgeführt und damit den Skifahrern auch die Eigenschaft „Ort“ zuschreiben können. Offensichtlich hat diese Bestimmung des Ortes in der Baumebene dazu geführt, dass sich die Verteilung der Skifahrer im

Ziel nicht mehr in Form eines Interferenzmusters darstellt. Die Verteilung ergibt sich nunmehr aus der Summe der Einzelverteilungen, die wir erhalten, wenn die Skifahrer entweder links oder rechts am Baum vorbei fahren.
Das Verhalten der Skifahrer bei den „Elektronen-Skiläufen“ lässt sich nun wie folgt zusammenfassen: Wenn wir mit einem Beobachtungsinstrument, wie z.B. einer Kamera nachsehen, wie sich die Skifahrer am Baum verhalten, fahren sie wie wir es im normalen Leben erwarten, entweder vollständig rechts oder links am Baum vorbei. Sind wir jedoch nicht in der Lage dieses zu entscheiden, verhalten sie sich so, als ob sie gleichzeitig rechts und links um den Baum herum fahren.
Mit Hilfe des Simulationsprogramms „Doppelspalt“ wollen wir diese verblüffenden Ergebnisse im Folgenden überprüfen.

Experiment 10 (Computersimulation): Im Simulationsprogramm siehst Du zwischen Blende und Schirm eine Lampe, die wir bisher noch nicht benutzt haben (Abbildung 3.15). Schalte sie nun ein und achte darauf, dass ihre Intensität 100 % beträgt. Wähle für die Elektronen die gleichen Einstellungen wie in **Experiment 8** (Energie der Elektronen 50 keV, Spaltbreite 300 nm, Spaltabstand 1000 nm) und schalte nun auch die Quelle ein, damit Elektronen emittiert werden. Du wirst Lichtblitze hinter den Spalten erkennen, die Du registrieren kannst. Man führt mit der Lichtquelle also eine **Ortsmessung** durch.

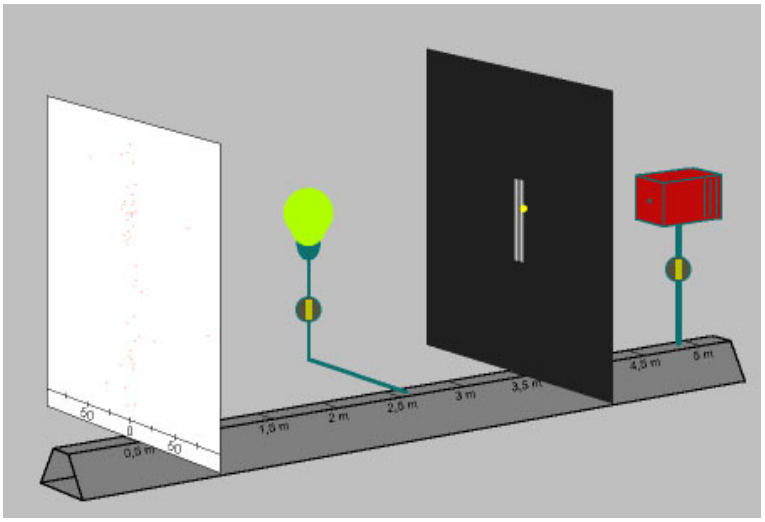


Abbildung 3.15: Ortsmessung der Elektronen durch Lichtstreuung

Für jedes einzelne Elektron sieht man einen Lichtblitz an einer ganz bestimmten Stelle unmittelbar hinter dem ersten oder dem zweiten Spalt. Das bedeutet, dass man jedes Elektron, das durch den Spalt hindurch kommt, bei der Ortsmessung an einem wohldefinierten Ort findet. Hinter welchem Spalt man ein bestimmtes Elektron findet, lässt sich im Voraus nicht sagen. Hat man damit die Quantenmechanik „überlistet“ und jedem Elektron doch noch einen Spalt zugeordnet, durch den es gegangen ist? Nein, denn wenn

Du etwas länger wartest (oder die Taste „Speed“ drückst), wirst Du feststellen, dass bei dem so durchgeführten Versuch **kein Interferenzmuster** auftritt. Stattdessen findet man wieder die Summe der beiden Einzelspalt-Verteilungen $P_1(x) + P_2(x)$. Das bedeutet, dass die Ortseigenschaft und das Interferenzmuster nicht gleichzeitig realisierbar sind, sondern sich gegenseitig ausschließen. Dies ist ein Spezialfall eines allgemeinen Prinzips, das man nach Niels Bohr **Komplementarität** nennt. Das Konzept der Komplementarität war für Bohr ein ganz zentraler Begriff der Quantenmechanik. Versuchsanordnungen, in denen sich die Interferenz von Quantenobjekten zeigt, sind komplementär zu solchen, in denen die Quantenobjekte die Eigenschaft „Ort“ besitzen. Komplementäre Versuchsanordnungen sind nicht zugleich realisierbar. Die Wirklichkeit ist nicht in einem einzigen anschaulichen Bild erfassbar.
Mit einem weiteren Experiment kann man die Komplementarität von Ortseigenschaft und Interferenzmuster noch deutlicher illustrieren:

Experiment 11 (Computersimulation): Klicke auf den Schirm und wähle „theoretische Verteilung“ aus. Nun wird die Verteilung auf dem Schirm dargestellt, ohne dass wir jedesmal warten müssen, bis sich das Schirmbild aufgebaut hat. Schalte die Lampe ein und klicke auf diese. Ein Fenster erscheint, in dem Du die Intensität der Lampe verändern kannst. Wenn Du die Intensität langsam von 100 % auf 0% veränderst, kannst Du beobachten, wie die strukturlose Verteilung nach und nach in das Interferenzmuster übergeht.

Eine schwächere Intensität der Lampe bedeutet, dass der Ort nicht mehr für alle Elektronen nachgewiesen wird. Die in den beiden Spalten nicht nachgewiesenen Elektronen tragen zum Interferenzmuster bei. Im Gegensatz dazu kann man den nachgewiesenen Elektronen die Eigenschaft „Ort“ zuschreiben. Sie tragen zur strukturlosen Verteilung bei. Mit dem Intensitätsregler der Lampe kann man den Übergang zwischen den komplementären Aspekten „Ortseigenschaft“ und „Interferenzmuster“ erforschen.
Auch mit Hilfe des Simulationsprogramms „Doppelspalt“ haben wir wiederum gesehen, dass die Elektronen bei einer Messung in der Spaltebene dort als Ganzes nachgewiesen werden. Wenn wir allerdings keine Messung in der Spaltebene durchführen, verhalten sie sich wieder so, als ob sie gleichzeitig durch beide Spalte gehen.

Neben der Komplementarität von Ortseigenschaft und Interferenzmuster zeigt uns das Experiment auch noch, dass in der Quantenphysik ein wesentlicher Unterschied darin besteht, ob ein Quantenobjekt eine Eigenschaft **besitzt** oder ob man an ihm eine Eigenschaft **misst**. Wie wir gesehen haben, muss ein Quantenobjekt eine bestimmte Eigenschaft (wie den Ort) keineswegs besitzen. Führt man eine Messung durch, findet man dagegen immer einen Messwert. Aus der Tatsache, dass sich bei einer Messung des Ortes ein bestimmter Wert ergeben hat, darf man aber keineswegs schließen, dass das Quantenobjekt diese Eigenschaft vorher aufgewiesen hat. Misst man z.B. den Ort x eines Elektrons und registriert den Wert x_0, dann ist es nicht zulässig anzunehmen, dass sich das Elektron unmittelbar vor der Messung dicht bei x_0 befunden hat.

Exkurs: Schrödingers Katze

Am Beispiel der Elektronen am Doppelspalt haben wir gesehen, dass die Elektronen die Eigenschaft „Ort“ in der Doppelspaltebene nicht besitzen und man nicht mehr davon sprechen kann, dass die Elektronen entweder durch Spalt 1 oder Spalt 2 des Doppelspalts auf den Bildschirm gelangt sind. Die Übertragung dieses verblüffenden Verhaltens auf eine Situation aus unserem alltäglichen Leben, dem Skilauf, hat gezeigt, dass das Verhalten von Quantenobjekten in keinster Weise mit unseren alltäglichen Erfahrungen übereinstimmt.

Ein weiteres Beispiel dafür, dass die Quantenphysik als eine völlig andersartige Theorie als die Klassische Physik verstanden werden muss, ist das Gedankenexperiment von Erwin Schrödinger aus dem Jahr 1935. Er beschreibt die Situation wie folgt: „Man kann auch ganz burleske Fälle konstruieren. Eine Katze wird in eine Stahlkammer gesperrt, zusammen mit folgender Höllenmaschine (die man gegen den direkten Zugriff der Katze sichern muß): in einem Geigerschen Zählrohr befindet sich eine winzige Menge radioaktiver Substanz, so wenig, daß im Laufe einer Stunde vielleicht eines von den Atomen zerfällt, ebenso wahrscheinlich aber auch keines; geschieht es, so spricht das Zählrohr an und betätigt über ein Relais ein Hämmerchen, das ein Kölbchen mit Blausäure zertrümmert. Hat man dieses ganze System eine Stunde lang sich selbst überlassen, so wird man sagen, daß die Katze noch lebt, wenn inzwischen kein Atom zerfallen ist. Der erste Atomzerfall würde sie vergiftet haben.“

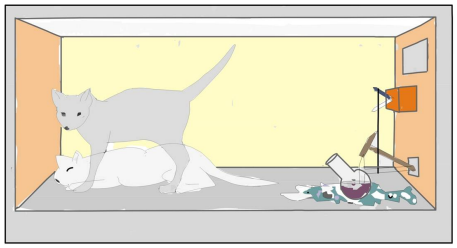


Abbildung 3.16: Schrödingers Katze

Das Ergebnis des Experiments, also ob die Katze noch lebt oder wegen eines radioaktiven Zerfalls gestorben ist, können wir erst wissen, wenn wir die Stahlkammer öffnen und hineinschauen. Solange wir aber nicht nachschauen, ist die Katze in einem merkwürdigen Zustand, nämlich sowohl lebendig als auch tot.

Mit der Katze verhält es sich demnach genauso wie mit den Elektronen in der Doppelspaltebene: Solange man keine Ortsmessung in der Spaltebene durchführt, kann man nicht sagen, ob das Elektron durch Spalt 1 oder Spalt 2 auf den Bildschirm gelangt ist.

Unsere alltägliche Erfahrung zeigt uns allerdings, dass es völlig absurd ist, dass eine Katze gleichzeitig lebendig und tot ist! Schrödinger ist es also mit diesem Beispiel sehr gut gelungen zu verdeutlichen, dass der Übergang von der Quantenphysik zur Klassischen Physik nicht ohne Schwierigkeiten zu bewältigen ist. So treten in der Quantenphysik verblüffende Phänomene auf, die mit den Vorstellungen der Klassischen Physik nicht erklärt werden können.

4 Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

Eine weitere wichtige Erkenntnis der Quantenmechanik liefert uns die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation, die eine Aussage darüber trifft, ob zwei Eigenschaften an einem Objekt gleichzeitig präpariert werden können. Um die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation zu verstehen, müssen wir uns zunächst mit dem Begriff der „Präparation“ beschäftigen.

4.1 Präparation in der Klassischen Physik

Unter einer **Präparation** versteht man ein Verfahren, mit dem Objekte in einen bestimmten Zustand gebracht werden. Durch eine Präparation stellt man also physikalische Systeme mit bestimmten Eigenschaften her. Die Abschussvorrichtung beim horizontalen Wurf (siehe Kapitel 2.2) präpariert z.B. Kugeln mit den beiden Eigenschaften „befindet sich am Abschussort x_0“ und „besitzt die Abschussgeschwindigkeit v_{x_0}“, da die Kugeln stets vom gleichen Ort mit der gleichen Geschwindigkeit abgeschossen werden.

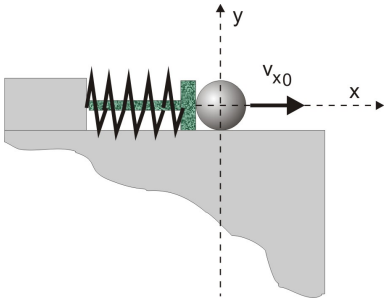


Abbildung 4.1: Präparation beim waagerechten Wurf

Dies ist also ein Beispiel aus der Klassischen Physik dafür, dass zwei verschiedene Eigenschaften gleichzeitig präpariert werden können. Wie gut nun eine bestimmte Eigenschaft präpariert worden ist, kann man durch eine Messreihe an einer großen Menge von präparierten Objekten feststellen: Erhält man bei einer solchen Messreihe immer ein und denselben Wert, liegt eine perfekte Präparation vor und man kann sagen, dass die Objekte eine bestimmte Eigenschaft besitzen. Lassen sich bei den Messwerten jedoch Schwankungen feststellen, ist die Präparation nicht perfekt. In diesem Zusammenhang spricht man auch davon, dass die Messwerte „streuen“[1]. Wenn also eine Streuung in den Messwerten zu einer bestimmten Eigenschaft vorliegt, so besitzen die Objekte diese Eigenschaft nicht.

[1] Die Streuung in den Messwerten im Zusammenhang mit der Präparation hat nichts mit den Messungenauigkeiten zu tun, die manchmal bei der Durchführung von Versuchen im Physikunterricht vorliegen.

Um den Zusammenhang zwischen der Streuung von Messwerten und einer Eigenschaft, die ein Objekt besitzt, besser zu verstehen, betrachten wir folgendes Beispiel aus der Klassischen Physik: Wir stellen uns zwei verschiedene Sorten von Metallplatten vor, nämlich runde und quadratische (Abbildung 4.2).

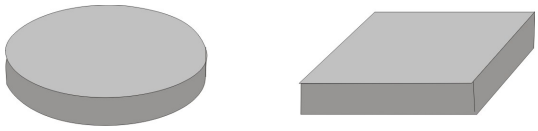


Abbildung 4.2: Runde und quadratische Platten

Die runden Platten besitzen die Eigenschaft „Durchmesser“. Den quadratischen Platten kann man eine solche Eigenschaft nicht zuschreiben, die Frage nach ihrem Durchmesser ist sinnlos.
Was passiert, wenn man trotzdem versucht, an den quadratischen Platten einen Durchmesser zu messen? Oder anders formuliert, was ist das Ergebnis, wenn man versucht, eine Eigenschaft zu messen, die dem betreffenden Objekt gar nicht zukommt? Um die Frage zu beantworten, muss man sich ein Messverfahren für die Eigenschaft „Durchmesser“ ausdenken. Man könnte z.B. ein Maßband nehmen und unter verschiedenen Winkeln den Abstand von Kante zu Kante messen (Abbildung 4.3), wobei das Maßband immer durch den Mittelpunkt gehen muss.

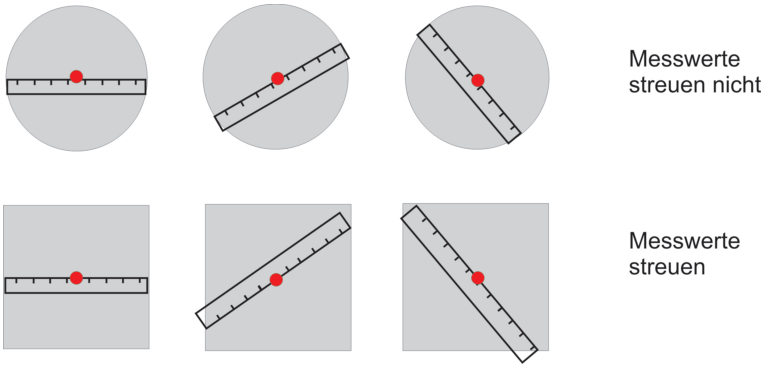


Abbildung 4.3: Messverfahren für die Eigenschaft „Durchmesser“

Für die runden Platten erhält man immer denselben Messwert. Sie besitzen die Eigenschaft „Durchmesser“. Für die quadratischen Platten streuen die Messwerte. Dies zeigt, dass diese Platten die gemessene Eigenschaft nicht besitzen.
Umgekehrt kann man nach der Eigenschaft „Seitenlänge“ fragen, die den quadratischen Platten zukommt. Diese Frage ist für die runden Platten sinnlos, weil man ihnen keine Seitenlänge zuschreiben kann. Wiederum schlägt sich dies in den Ergebnissen von Messungen nieder, die man mit einem geeigneten Messverfahren durchführen kann. Die Eigen-

schaft „Seitenlänge“ könnte man z.B. folgendermaßen messen: Die Platten werden gegen eine Wand gedrückt und senkrecht zur Wand wird das Lineal angelegt. Im Unterschied zu der früheren Messung bezüglich der Eigenschaft „Durchmesser“ führt man die Messung an mehreren Stellen durch (Abbildung 4.4).

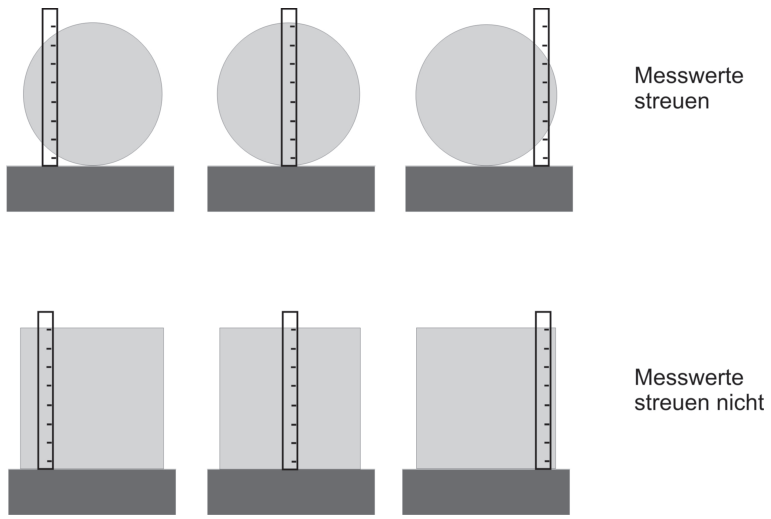


Abbildung 4.4: Messverfahren für die Eigenschaft „Seitenlänge“

Bei diesem Messverfahren streuen die Messwerte für die runden Platten, während man bei den quadratischen Platten immer denselben Messwert erhält, der die Seitenlänge der Platten angibt. Dies zeigt, dass es schon bei makroskopischen Objekten Beispiele gibt, bei denen man mit der Zuordnung einer Eigenschaft vorsichtig sein muss.

4.2 Präparation von Ort und Geschwindigkeit bei Elektronen

Im Folgenden wollen wir uns mit der Präparation der Eigenschaften „Ort“ und „Geschwindigkeit“ bei Elektronen beschäftigen. Dazu betrachten wir einen Versuch, bei dem mit Hilfe eines Spaltes die Elektronen gleichzeitig auf den Ort y und auf die Geschwindigkeit senkrecht zur Elektronenstrahlrichtung v_y präpariert werden.
Eine Elektronenquelle sendet Elektronen mit einer bestimmten Energie aus. Wenn der Elektronenstrahl sehr schmal ist, ist die Geschwindigkeit v_y der Elektronen senkrecht zur Strahlrichtung für alle Elektronen praktisch null. Das bedeutet, dass sie sich in dem Strahl nur von der Quelle weg bewegen und keine Bewegungen zur Seite, also nach rechts oder links, ausführen. Würde man Messungen der Geschwindigkeit in y-Richtung an sehr vielen Elektronen des Elektronenstrahls durchführen, wäre die Streuung Δv_y der Messwerte um den Wert $v_y = 0$ verschwindend gering.

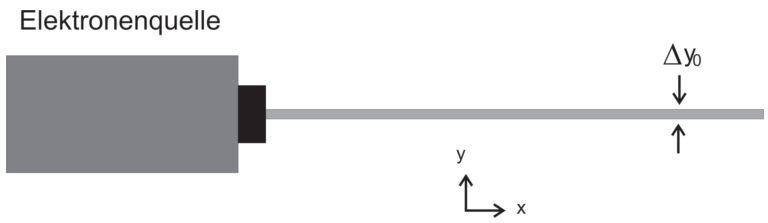


Abbildung 4.5: Elektronenstrahl

Der Elektronenstrahl besitzt eine gewisse Breite in y-Richtung (siehe Abbildung 4.5). Bringt man einem räumlich hochauflösenden Detektor in den Strahl, so wird man Elektronen innerhalb eines bestimmten Bereichs der Breite Δy_0 finden. Die Messwerte für den Ort y weisen also eine Streuung Δy_0 auf. Das bedeutet, dass die Elektronen im Elektronenstrahl nicht auf die Eigenschaft „Ort“ in y-Richtung präpariert sind. Man kann aber versuchen, die Streuung für die Messwerte des Ortes y zu reduzieren, indem man den Elektronenstrahl einen engen Spalt passieren lässt.

Experiment 12 (Computersimulation): Starte das Doppelspalt-Simulationsprogramm und wähle Elektronen mit der Energie von E = 50 keV. Aktiviere am Schirm die Einstellung „theoretische Verteilung“. Klicke nun auf den Doppelspalt und schließe einen der beiden Spalte. Nun können wir das Verhalten von Elektronen an einem engen Spalt untersuchen. Variiere dazu die Spaltbreite zwischen 700 nm und 200 nm. Der Strahl hinter dem Spalt wird bei Verkleinerung des Spaltes aufgeweitet. Je schmaler der Spalt wird, desto breiter wird das Muster auf dem Schirm (Abbildung 4.6).

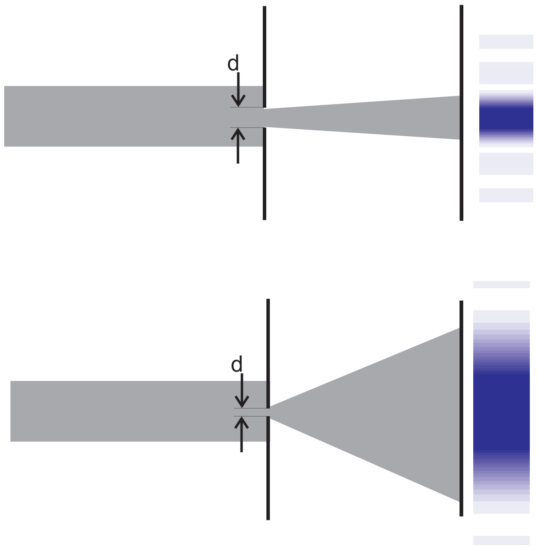


Abbildung 4.6: Elektronen am Einzelspalt

Was bedeutet dies nun für die Präparation der Eigenschaften „Ort“ und „Geschwindigkeit“? Durch das Einführen des Spaltes ist der Elektronenstrahl unmittelbar hinter dem Spalt schmaler geworden. Das bedeutet, dass die Messwerte für den Ort in y-Richtung in der Spaltebene weniger stark streuen. Die Streuung ist von Δy_0 auf die Spaltbreite, also $\Delta y \approx d$ vermindert worden. Bedeutet diese Verbesserung der Ortspräparation, dass nun Ort und Geschwindigkeit gleichzeitig gut präpariert sind? Nein, denn die mit dem Abstand vom Spalt allmählich zunehmende Aufweitung des Strahls hinter dem Spalt zeigt, dass die Elektronen nun auch eine Bewegung in y-Richtung ausführen und somit bei einer Messung die Geschwindigkeiten der Elektronen nun in Querrichtung streuen. Die Elektronen haben ihre Eigenschaft „Geschwindigkeit in y-Richtung $v_y = 0$“ verloren.
Die Ortsstreuung der Elektronen unmittelbar hinter dem Spalt konnte mit dem Spalt zwar verringert werden, aber damit ist leider auch eine Vergrößerung der Geschwindigkeitsstreuung verbunden. Ort und Geschwindigkeit konnten nicht gleichzeitig präpariert werden. Dies gilt jedoch nicht nur für Elektronen am Spalt, sondern es handelt sich um ein allgemeines Prinzip der Quantenmechanik. Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation besagt: „Es ist nicht möglich, Quantenobjekte gleichzeitig perfekt auf Ort und auf Geschwindigkeit zu präparieren“[2]. Die quantitative Formulierung der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation lautet: $\Delta y \cdot m \cdot \Delta v_y \geq \frac{h}{4\pi}$. Diese Gleichung beschreibt, wie gut Orts- und Geschwindigkeitspräparationen gleichzeitig möglich sind: Hat man Quantenobjekte so präpariert, dass die Streuung der Ortsmesswerte Δy klein ist, wird die Streuung der Geschwindigkeitsmesswerte Δv_y groß sein und umgekehrt. Das Produkt dieser Streuungen kann nie kleiner als $\frac{h}{4\pi}$ sein. Dabei ist h eine fundamentale Naturkonstante der Quantenphysik, das Plancksche Wirkungsquantum.

4.3 Unbestimmtheitsrelation und Bahnbegriff

Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation bedeutet den **Abschied vom Begriff der Bahn eines Teilchens**, wie er in der Klassischen Physik verwendet wird. Der Bahnbegriff ist mit der Notwendigkeit verbunden, dass ein Gegenstand (z.B. die Kugel beim horizontalen Wurf) zu jedem Zeitpunkt die Eigenschaften „Ort“ und „Geschwindigkeit“ besitzt. In der klassischen Mechanik ist dies immer möglich, man stößt dabei höchstens an praktische Grenzen. Die Unbestimmtheitsrelation zeigt jedoch, dass dies für Quantenobjekte wie Elektronen nicht möglich ist: Quantenobjekte können niemals die Eigenschaften „Ort“ und „Geschwindigkeit“ zugleich besitzen. Das Produkt der Streuungen Δy und Δv_y muss immer in der Größenordnung der Planckschen Konstante h oder größer sein. Wie ist diese Feststellung aber mit der Beobachtung zu vereinbaren, dass Elektronen in einer Kathodenstrahlröhre (Kapitel 2.2) scheinbar auf einer wohldefinierten Bahn laufen?

[2] Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation bezieht sich strenggenommen nicht auf die Größen „Ort“ und „Geschwindigkeit“, sondern trifft eine Aussage über die gleichzeitige Präparation von „Ort“ und „Impuls $p = m \cdot v$“.

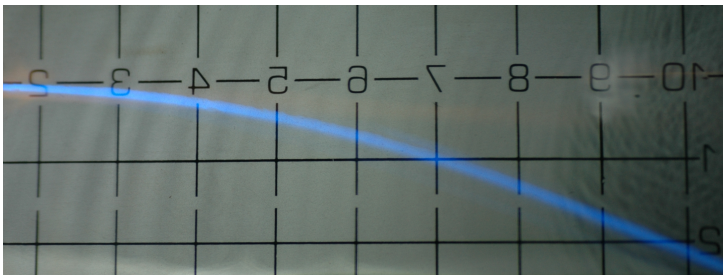


Abbildung 4.7: Ablenkung des Elektronenstrahls in der Kathodenstrahlröhre

Man kann berechnen, dass sich der Elektronenstrahl in der Zeit, die die Elektronen zum Durchqueren der Röhre benötigen, nach der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation lediglich um einige Nanometer aufweitet. Dies kann man auch mit den besten Detektoren nicht nachweisen. Daher widerspricht die Erkennbarkeit einer „Bahn“ in der Kathodenstrahlröhre also nicht der Unbestimmtheitsrelation.

5 Anwendungen der Quantenphysik

Die Quantenphysik und ihre Anwendungen spielen in der heutigen Forschung und Technologie eine wichtige Rolle. Beispielsweise die Funktionsweise des Lasers oder das Rastertunnelmikroskop basieren auf quantenmechanischen Effekten. Weitere Anwendungsmöglichkeiten der Quantenphysik, mit denen sich die heutige Forschung beschäftigt, sind z.B. der Quantencomputer und die Quantenkryptographie. Im Folgenden soll ein kleiner Einblick in eines dieser aktuellen Forschungsgebiete gegeben werden.

5.1 Der Quantencomputer

Im Jahre 1981 stellte Richard Feynman Überlegungen darüber an, wie man die Quantenmechanik simulieren könne. Vielleicht mit einer neuen Art von Computer - einem Quantencomputer? Weitere Fragen, wie „Kann man einen Rechner konzipieren, der auf der Grundlage quantenmechanischer Prozesse abläuft?“ und die Vorhersage des Mooreschen Gesetzes, das besagt, dass im Jahre 2020 die Basiselemente eines Computers von der Größe einzelner Atome (Größenordnung von 10^{-10} m) seien, führten zu einer Auseinandersetzung mit der Verbindung der Informationsverarbeitung und der Quantentheorie, also dem Quantencomputer.
Der Quantencomputer nutzt die Gesetze der Quantenphysik aus und kann somit einige Probleme effizienter lösen als ein klassischer Computer: Auf der Grundlage des sogenannten Quantenparallelismus ist es möglich, mehrere Rechnungen gleichzeitig durchzuführen. Ein Beispiel für ein mathematisches Problem, das mit einem Quantencomputer besser oder schneller zu lösen ist, als mit einem klassischen Computer, ist das Faktorisieren großer Zahlen, also das Zerlegen von Zahlen in ihre Primfaktoren. Die Multiplikation von zwei großen Primzahlen p und q, z.B. 131.071 und 524.287 stellt kein Problem dar. Die Umkehroperation, das Finden der Primfaktoren, ist jedoch außerordentlich aufwendig, da es dafür kein schnelles Rechenverfahren gibt.

131.071	·	524.287	=	?	leicht
?	·	?	=	68.718.821.377	schwer

Es bleibt einem nichts anderes übrig, als nach und nach die Zahl durch alle Primzahlen zu teilen und zu untersuchen, ob die Rechnung aufgeht. Bei unserem Beispiel wird man erst beim 131.070sten Versuch erfolgreich sein. Schnell erkennt man, je mehr Stellen die Zahl hat, desto länger dauert es im Schnitt, bis man die Faktoren findet. Die größte bis zum Jahr 2003 faktorisierte Zahl hatte 155 Ziffern und 2004 gelang es Mathematikern der Uni Bonn eine Zahl mit 174 Ziffern zu faktorisieren.

1994 stellte Peter Shor jedoch einen Algorithmus vor, den so genannten Shor-Algorithmus, mit dessen Hilfe man mit einem Quantencomputer effizient große Zahlen in wenigen Minuten faktorisieren kann! Die Sicherheit von Verschlüsselungssystemen beruht auf der Schwierigkeit große Zahlen zu faktorisieren. Für die Faktorisierung großer Zahlen werden Millionen oder sogar Billionen von Jahren benötigt. Wenn nun aber der Shor-Algorithmus auf einem Quantencomputer realisiert werden kann und große Zahlen binnen weniger Minuten in ihre Primfaktoren zerlegt werden können, bieten diese Verschlüsselungssysteme keine Sicherheit mehr und es muss nach anderen Möglichkeiten Ausschau gehalten werden. Mit der Quantenkryptographie liefert die Quantenmechanik eine Lösung für dieses Problem.
Im Folgenden soll nun ein kleiner Einblick in die Funktionsweise des Quantencomputers und dessen neuartigen Möglichkeiten gegeben werden.

5.1.1 Vergleich von klassischem Computer und Quantencomputer

Um einen Einblick in eines der Anwendungsgebiete der Quantenmechanik, den Quantencomputer, zu bekommen, wollen wir uns im Folgenden mit dem Vergleich des klassischen Computers und des Quantencomputers beschäftigen. Dabei sind folgende Fragen interessant: „Was sind die Informationsträger?“, „Wie wird die Information verarbeitet?“.
Ein zentraler Bereich eines klassischen Computers ist der Speicher, der eine große Anzahl von Bits enthält. Ein Bit an Information entspricht einer Entscheidung zwischen zwei Möglichkeiten wie „Ja“ oder „Nein“, „1“ oder „0“, „wahr“ oder „falsch“. Betrachtet man beispielsweise einen Kondensator, so bezeichnet ein geladener Kondensator eine „1“ und ein entladener Kondensator eine „0“.
Ein weiteres Merkmal eines klassischen Computers ist das Programm, das aus einer Abfolge logischer Verknüpfungen, auch Gatter genannt, besteht. Diese Gatter bestehen aus einer bestimmten Anzahl von Eingängen und Ausgängen und wirken wie eine Maschine auf die Bits des Registers: Die Maschine liefert je nachdem welche Aufgabe sie hat, aus den Bits der Eingänge die entsprechenden Bits der Ausgänge.
Der Speicherbereich eines Quantencomputers besteht z.B. aus einer Vielzahl von Atomen. Ein Atom im energetischen Grundzustand würde beispielsweise einer „0“ bzw. dem Zustand $|0\rangle$ entsprechen und eines im angeregten Zustand einer „1“ bzw. $|1\rangle$. Eine Aufreihung von Atomen kann also im Prinzip genauso gut Bits speichern, wie eine Reihe von Kondensatoren.

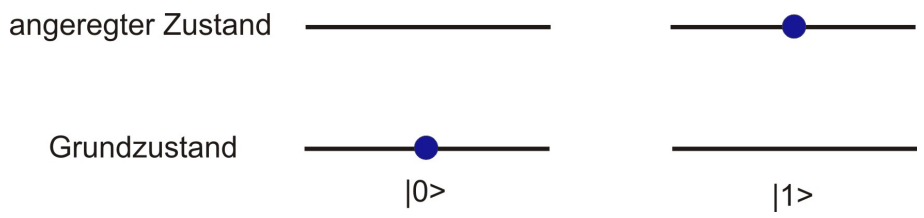


Abbildung 5.1: Atom als Qubit

In Anlehnung an die Bits „0“ und „1“ des klassischen Computers werden die Speicherbausteine $|0\rangle$ und $|1\rangle$ eines Quantencomputers Qubits genannt. Zur Realisierung jedes Qubits benötigt man also z.B. ein Atom.

Das Entscheidende für die Quanteninformation ist jedoch, dass die Qubits auch einen überlagerten Zustand (Superposition) annehmen können. Das bedeutet, dass anstelle eines eindeutigen „Nein“ ($|0\rangle$) oder eines eindeutigen „Ja“ ($|1\rangle$) auch ein „Jein“ möglich ist. Dieses „Jein“ kann sich zu unterschiedlichen Anteilen von „Ja“ und „Nein“ zusammensetzen, z.B. „Ja“ und „Nein“ zu gleichen Anteilen, etwas mehr „Ja“ und dafür weniger „Nein“ usw. Da der Speicherbereich eines Quantencomputers in gewissem Sinne also gleichzeitig in allen seinen möglichen Zuständen sein kann (hier gleichzeitig in den Zuständen „Ja“ und „Nein“, bzw. $|1\rangle$ und $|0\rangle$), können somit bestimmte Informationsverarbeitungen parallel stattfinden (Quantenparallelismus). Betrachten wir dies am Beispiel von zwei Qubits nochmals genauer: zwei Qubits $|0\rangle$ und $|1\rangle$ können die vier kombinierten Zustände $|0\rangle|0\rangle, |0\rangle|1\rangle, |1\rangle|0\rangle$ und $|1\rangle|1\rangle$ annehmen. Da auch hier wieder eine Superposition dieser vier Zustände möglich ist und sich dann der Speicherbereich in allen vier Zuständen gleichzeitig befindet, bedeutet dies, dass man mit zwei Qubits gleichzeitig vier Werte berechnet. Mit 32 Qubits kann man dann 4 Milliarden Werte gleichzeitig berechnen usw.[1]. Damit wird schon das mögliche sehr viel größere Potential eines Quantencomputers deutlich. Für das Erhalten eines Wertes ist jedoch eine Messung notwendig, durch die man ein Ergebnis erhält und alle restlichen Ergebnisse unwiderruflich verloren gehen. Die Gesetze der Quantenmechanik erlauben es nicht, mehr als einen dieser Werte explizit zu extrahieren.
Die Informationsverarbeitung beim Quantencomputer findet wie beim klassischen Computer in Gattern statt.

5.1.2 Experimentelle Realisierung

Es stellt sich nun die Frage, warum man heute noch keine Quantencomputer hat, die die schnellen Rechnungen, wie z.B. den Shor-Algorithmus zur Faktorisierung großer Zahlen, durchführen können.
Das Hauptproblem der experimentellen Realisierung liegt darin, dass zum Rechnen und Auslesen von Information in das System „Quantencomputer“ eingegriffen werden muss. Andererseits soll die Wechselwirkung mit der Umgebung jedoch minimiert werden, so dass die Qubitzustände möglichst lange in ihren Zuständen bleiben. Kurz gesagt, erfordert das Rechnen und Auslesen der Information einen gewissen Einfluss der Umgebung, die Speicherung der Information jedoch ein möglichst von der Umwelt isoliertes System. Benötigt wird infolgedessen ein gezielt an- und ausschaltbarer Einfluss der Umgebung. Außerdem sollte es möglich sein, das System ohne allzu großen Aufwand zu vergrößern, d.h. die Hinzunahme eines weiteren Qubits sollte die oben genannten Probleme nicht vervielfachen, sondern nur anteilig erhöhen.
Eine Vorreiterrolle beim Bau von Quantencomputern spielt die Quantenoptik. In Ionenfallen können Ionen oder sogar Atome eingefangen und von der Außenwelt isoliert werden.

[1] Allgemein gilt, dass man mit N Qubits gleichzeitig 2^N Werte berechnen kann.

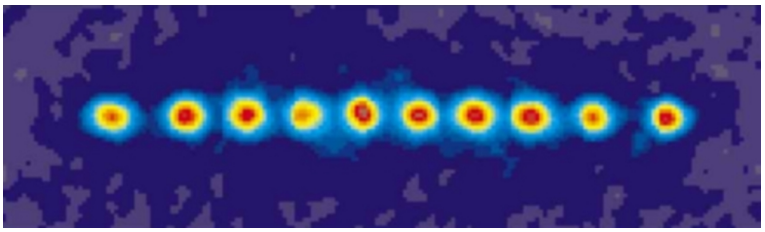


Abbildung 5.2: Ionen in einer Ionenfalle[2]

Meist werden in solchen Fallen einige Atome durch elektromagnetische Felder bei tiefen Temperaturen in einem Vakuum festgehalten. Das Rechnen und Auslesen kann durch Laserstrahlen realisiert werden. Jedoch ist dies gerade bei großen Systemen sehr schwierig.
Ein weiterer Vorschlag liegt darin, die Moleküle einer Flüssigkeit als Schaltelemente für den Quantencomputer herzunehmen - die Kaffeetasse als Quantencomputer sozusagen. Manche Moleküle, z.B. Koffein oder Chloroform, besitzen ein magnetisches Moment, d.h. sie richten sich im Magnetfeld in eine bestimmte Richtung aus. Um die Moleküle zu manipulieren, benutzt man die Techniken der Kernspinresonanz (NMR). Mit Hilfe starker Magnetfelder und der Einstrahlung von Mikrowellen gelang es Forschern Moleküle in der Flüssigkeit gezielt umzukippen (um 180° drehen). Damit haben sie – computertechnisch gesehen – eine logische Operation ausgeführt. Die Moleküle wurden zu Schaltelementen, die Felder zum Programm. Auf dieser Basis konnte der so genannte Grover-Algorithmus (Finden von Daten in langen Listen) realisiert werden. Weiterhin existieren noch viele andere Ansätze, den Quantencomputer zu realisieren, wie z.B. in Anlehnung an die Halbleitertechnologie oder mit Hilfe der Supraleitung.
Bisher ist es den Experimentalphysikern gelungen, Quantencomputer mit einer sehr geringen Anzahl von Qubits zu realisieren, mit denen einfache Suchalgorithmen oder auch der Shor-Algorithmus zur Faktorisierung der Zahl 15 durchgeführt werden konnten. Es wird also noch lange dauern, bis ein Quantencomputer mit vielen Qubits wirklich realisiert werden kann. Dazu ein Zitat von David Deutsch: „Das Rechnen mit Quanten ist eine der größten Herausforderungen an die Experimentalphysik. Die Landung auf dem Mond ist nichts dagegen.“

[2]Quelle: Nägerl et al. (1998): Ion strings for quantum gates. *Applied Physics B: Laser and Optics, 66*, S. 606