

## Fünftes Grundprinzip der Quantentheorie

### ? Gibt es einen Zusammenhang zwischen Orts- und Impulsunschärfe?

Die Überprüfung erfolgt durch das Simulationsprogramm Doppelspalt.

Einstellungen:           Elektronen mit der Energie  $E = 50 \text{ keV}$   
Spaltbreite:             200-700 nm

Aktivieren Sie am Schirm die Einstellung „theoretische Verteilung“. Klicken Sie nun auf die Blende und schließen Sie einen der beiden Spalte. Damit erhält man einen Einzelspalt.

Variieren Sie die Spaltbreite in dem oben angegebenen Bereich. Welchen Zusammenhang können Sie zwischen der Spaltbreite und dem Beugungsmuster erkennen?

.....  
.....

### **Theoretische Herleitung:**

Der Großteil der Elektronen wird auf dem Schirm innerhalb des Hauptmaximums der Beugungsfigur registriert, also innerhalb des Winkelbereichs  $+\alpha$  und  $-\alpha$ . Die Streuung der Querimpulse  $\Delta p_y$  kann mit

$$\Delta p_y \approx p \sin \alpha \quad (7.1)$$

abgeschätzt werden. Aus der klassischen Optik ist das Hauptmaximum bekannt:

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{d} \quad (7.2)$$

Im Fall der Elektronen ist  $\lambda$  die de-Broglie-Wellenlänge mit  $\lambda = h/p$  (vgl. 5.3) in 7.2 eingesetzt:

$$\sin \alpha = \frac{h}{p \cdot d} \quad (7.3)$$

Durch Elimination von  $\sin \alpha$  aus (7.1) und (7.3) erhält man:

$$\frac{h}{p \cdot d} \approx \frac{\Delta p_y}{p} \quad (7.4)$$

Durch Kürzen und Abschätzen der Ortsmesswerte  $\Delta y$  durch die Spaltbreite  $d$  ab, erhält man:

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \approx h .$$

Dies ist die gesuchte Gleichung, die für unser Spaltbeispiel die Streuungen der Orts- und Impulsmesswerte in gesetzmäßiger Weise miteinander verknüpft. Diese Gleichung besitzt jedoch einen viel größeren Gültigkeitsbereich.

### **Fünftes Grundprinzip der Quantentheorie:**

**Hat man ein Ensemble von Quantenobjekten so präpariert, dass die Streuung der Ortsmesswerte  $\Delta y$  klein ist, wird die Streuung der Impulsmesswerte  $\Delta p_y$  groß sein (und umgekehrt). Es gilt die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation:**

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{h}{4\pi} .$$