Kapitel 7

Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

7.1 Gleichzeitige Präparation verschiedener Eigenschaften

In der klassischen Mechanik wird die Bewegung von Teilchen durch die Angabe ihrer Bahnkurve beschrieben. Ein Beispiel ist der waagerechte Wurf, bei dem Kugeln einer parabelförmigen Bahn folgen, nachdem sie von einer Abschussvorrichtung abgeschossen wurden (Abb. 7.1). Die Kugeln bewegen sich immer auf der gleichen Bahn, sofern alle die gleichen Anfangsbedingungen besitzen, d. h. identische Werte des Abschussorts und der Abschussgeschwindigkeit. Man muss also eine Abschussvorrichtung bauen, mit der man Kugeln mit möglichst identischen Anfangswerten x_0, y_0, p_{x0}, p_{y0} von Ort und Impuls abschießen kann. Zum Herstellen dieser Anfangsbedingungen muss man also an einem Ensemble von Kugeln die Eigenschaften „Ort“ und „Impuls“ gleichzeitig präparieren.

„Präparieren“ bedeutet, dass bei Messungen der präparierten Größe an einem Ensemble von Kugeln die **Streuung der Messwerte** verschwindet bzw. sehr klein wird. Streuen die beobachteten Bahnen, kann dies daran liegen, dass die Kugeln nicht reproduzierbar vom gleichen Ort mit der gleichen Anfangsgeschwindigkeit abgeschossen wurden. Man baut dann eine neue Abschussvorrichtung, bei der die Streuung in den Anfangswerten kleiner ist und führt das Experiment noch einmal durch. Die Erfahrung zeigt, dass es in der klassischen Physik keine prinzipielle untere Grenze für die gleichzeitige Verkleinerung der Streuungen in den Anfangsbedingungen gibt.

Dass das Präparieren von Eigenschaften auch für Quantenobjekte möglich ist, wurde bereits gezeigt (z. B. Polarisationseigenschaft bei Photonen). Beim waagerechten Wurf reicht die Präparation einer einzelnen Größe allerdings nicht aus. Zur Herstellung gleicher Anfangsbedingungen für alle Kugeln müssen Ort und Impuls *gleichzeitig* präpariert werden, und zwar sowohl in x- als auch in y-Richtung.

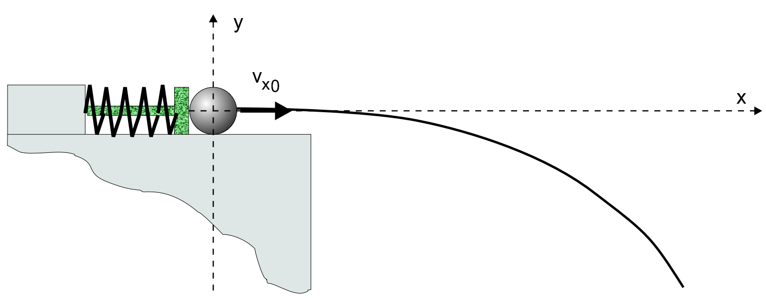

Abbildung 7.1: Präparation und Bahnkurve beim waagerechten Wurf

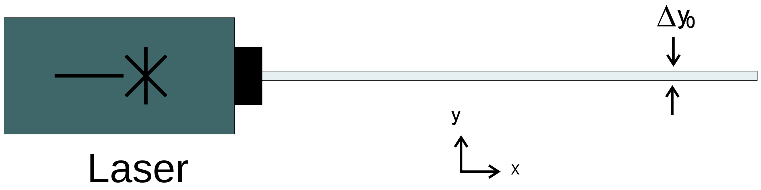

Abbildung 7.2: Strahl eines Lasers

Dieser Umstand erscheint nicht weiter bemerkenswert. Nach allen Alltagserfahrungen kommt es einem selbstverständlich vor, dass man zwei Eigenschaften gleichzeitig herstellen kann, wenn man jede von ihnen einzeln präparieren kann.

Um so überraschender ist es, dass in der Quantenmechanik genau das Gegenteil der Fall ist: Es gibt Paare von Eigenschaften (z. B. Ort und Impuls) *deren gleichzeitige Präparation prinzipiell nicht möglich ist,* obwohl die Präparation jeder einzelnen auf keine grundsätzlichen Grenzen stößt. Dies ist der Inhalt der **Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation**, die in diesem Kapitel näher erläutert werden soll.

7.2 Präparation von Ort und Impuls bei Photonen

Um die Unmöglichkeit der gleichzeitigen Präparation von Ort und Impuls zu zeigen, analysieren wir einen konkreten Versuch, beide Eigenschaften zugleich herzustellen. Als Quantenobjekte benutzen wir die Photonen eines monochromatischen Laserstrahls (Abb. 7.2). Da der Strahl sehr gut gebündelt ist, ist die Impulskomponente p_y *senkrecht* zur Strahlrichtung für alle Photonen praktisch gleich Null (zum Begriff das Photonenimpulses vgl. Abschnitt 1.4). Sie besitzen also die Eigenschaft „Impulskomponente $p_y = 0$“. Würde man Messungen der Impulskomponente p_y an sehr vielen Photonen des Laserstrahls durchführen, wäre die Streuung Δp_y der Messwerte um den Wert $p_y = 0$ verschwindend gering.

Der Laserstrahl besitzt eine gewisse räumliche Breite in y-Richtung (Abb. 7.2). Misst man mit einem räumlich hochauflösenden Detektor, wird man Photonen innerhalb eines Bereichs der Breite Δy_0 finden. Die Messwerte für die Ortskomponente y weisen also eine Streuung Δy_0 auf. Das bedeutet, dass die Photonen *nicht* auf die Eigenschaft „Ortskomponente y“ präpariert sind.

Man kann nun versuchen, die Streuung der Ortskomponente y zu reduzieren, indem man den Strahl einen engen Spalt passieren lässt:

Experiment 7.1: Lassen Sie einen Laserstrahl durch einen engen Spalt (Breite d) fallen. Der Strahl wird hinter dem Spalt aufgeweitet (Abb. 7.3). Je enger der Spalt, desto größer ist die Aufweitung.

Es handelt sich hier um die aus der Optik bekannte Beugung eines Lichtbündels am Spalt. Die Struktur der Beugungsmaxima und -minima lässt sich deutlich erkennen.

Analysieren wir, was das Versuchsergebnis in quantenmechanischer Hinsicht für die Eigenschaften „Ortskomponente y“ und „Impulskomponente p_y“ bedeutet. Durch das Einführen des Spaltes ist der Laserstrahl unmittelbar hinter dem Spalt schmaler geworden. Das bedeutet, dass die Messwerte der Ortskomponente y in der Spaltebene weniger stark streuen. Die Streuung ist von Δy_0 auf $\Delta y \approx d$ vermindert worden.

Bedeutet diese Verbesserung der Ortspräparation, dass nun Ort und Impuls gleichzeitig gut präpariert sind? Nein, denn die allmähliche Aufweitung des Strahls hinter dem Spalt zeigt, dass die Photonen nicht

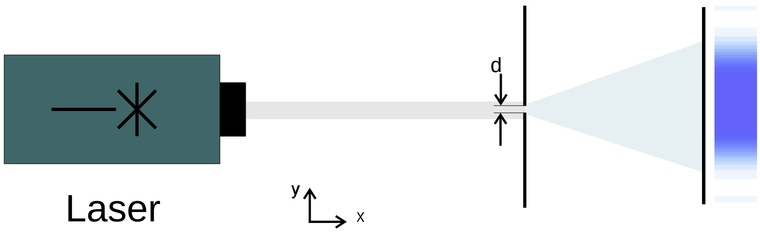

Abbildung 7.3: Aufweitung des Laserstrahls an einem engen Spalt

mehr gebündelt sind. Bei einer Messung streuen die Impulse der Photonen nun in Querrichtung. Die Photonen haben ihre Eigenschaft „Impulskomponente $p_y = 0$“ verloren.

Man kann sagen: Die Ortsstreuung der Photonen unmittelbar hinter dem Spalt konnte mit dem Spalt zwar verringert werden. Man hat dies aber damit erkauft, dass die Impulsstreuung vergrößert wurde. Ort und Impuls konnten nicht gleichzeitig präpariert werden. Dies gilt nicht nur für Photonen am Spalt, sondern es handelt sich um ein allgemeines Prinzip der Quantenmechanik:

Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation: **Es ist nicht möglich, ein Ensemble von Quanteobjekten gleichzeitig auf Ort und auf Impuls zu präparieren.**

7.3 Ein Maß für die „Güte“ einer Präparation

Man kann die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation noch quantitativer formulieren, nämlich als eine Beziehung, die angibt, wie „gut“ man Ort und Impuls an einem Ensemble von Quantenobjekten gleichzeitig präparieren kann. Vorher muss aber erst geklärt werden, was man mit dem Ausdruck der „Güte“ einer Präparation meint.

Erinnern wir uns: Ist ein Ensemble von Quantenobjekten auf eine bestimmte Eigenschaft präpariert und man führt eine Testmessung dieser Eigenschaft durch, wird bei *jeder* Messung derselbe Wert gefunden. Die Streuung der Messwerte ist dann Null. Allerdings wird es in einem realen Experiment kaum möglich sein, die Streuung der Messwerte exakt auf den Wert Null zu bringen. Die Präparation ist dann nicht perfekt, aber doch so gut, dass man die betreffende Eigenschaft „nahezu“ präpariert hat. Um dieses „nahezu“ quantitativ zu fassen, betrachten wir den Versuch, mit einem Spalt die Eigenschaft „Ort y“ (senkrecht zur Strahlrichtung) an einem Elektronenstrahl zu präparieren.

Experiment 7.2 (Gedankenexperiment): Ein Strahl von Elektronen fällt auf einen Spalt der Breite d. Unmittelbar hinter dem Spalt steht ein hochauflösender Detektor, der die Elektronen mit einer weit höheren Auflösung als der Spaltbreite nachweisen kann. Er registriert die Zahl der Elektronen die pro Sekunde an einer bestimmten Stelle ankommen (Abb. 7.4 (a)).

Der Detektor führt Ortsmessungen an den Elektronen durch, die vom Spalt durchgelassen werden. Natürlich wird man so dicht hinter dem Spalt alle Elektronen in dem kleinen Gebiet finden, das vom Spalt nicht abdeckt wird. Um die Verteilung der Messwerte innerhalb dieses Gebietes statistisch zu erfassen, ermittelt man ihren **Mittelwert** $\bar{y}$ und ihre **Standardabweichung** Δy. Der Mittelwert gibt an, wo die Verteilung der Messwerte ihren „Schwerpunkt“ besitzt, die Standardabweichung ist ein Maß für ihre Streuung.

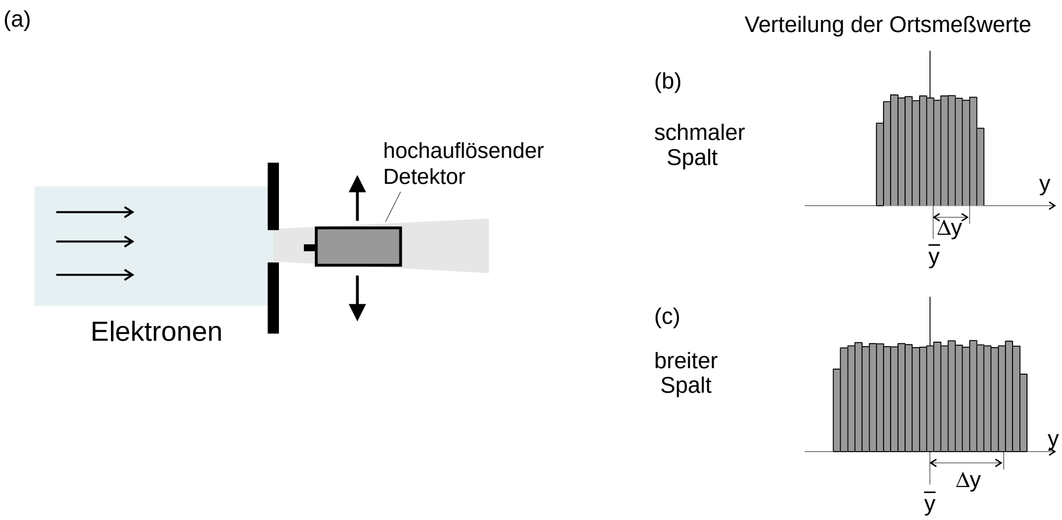

Abbildung 7.4: Präparation der Eigenschaft „Ort“ an einem Elektronenstrahl

Die Verteilung der Ortsmesswerte sieht wie in Abb. 7.4 (b)) aus. Die Elektronen sind gleichmäßig hinter dem Spalt verteilt. Die Standardabweichung der Ortsmesswerte ist von der Größenordnung der Spaltbreite. Wenn der Spalt relativ schmal ist, ist auch die Streuung recht klein. Bei einem breiteren Spalt weisen die Ortsmesswerte eine größere Streuung auf (Abb. 7.4 (c)).

Mit der Standardabweichung Δy hat man ein Maß gefunden, mit dem man die **Güte einer Präparation** festlegen kann. Wenn die Streuung der Messwerte Null ist, ist die Präparation perfekt (im Fall der Ortspräparation mit einem Spalt ist dies nicht zu erreichen, weil man dazu den Spalt immer enger machen müsste, bis er schließlich ganz verschlossen ist). Wenn die Standardabweichung nicht Null ist, bedeutet das, dass die Messwerte streuen. In diesem Fall ist die Präparation nicht perfekt und die Standardabweichung gibt darüber Auskunft, wie sehr die Präparation der betreffenden Eigenschaft von einer idealen Präparation abweicht. Eine kleine Standardabweichung bedeutet, dass die Eigenschaft relativ gut präpariert ist, während bei einer großen Standardabweichung keine gute Präparation vorliegt.

Die „Güte“ der Präparation einer Eigenschaft (z. B. Ortskomponente y) kann man anhand der Streuung der Messwerte bei einer Testmessung beurteilen. Je kleiner die Standardabweichung Δy der Messwerte ist, um so besser ist die Eigenschaft präpariert.

7.4 Messverfahren und Eigenschaften

Den Zusammenhang zwischen der Streuung von Messwerten und einer Eigenschaft, die ein Objekt besitzt, kann man sich anhand einer Analogie aus der klassischen Physik noch einmal plausibel machen. Wir stellen uns zwei verschiedene Sorten von Metallplatten vor, nämlich runde und quadratische (Abb. 7.5). Die runden Platten besitzen die Eigenschaft „Durchmesser“. Den quadratischen Platten kann man eine solche Eigenschaft nicht zuschreiben, die Frage nach ihrem Durchmesser ist sinnlos.

Was passiert, wenn man trotzdem versucht, an den quadratischen Platten einen Durchmesser zu messen. Anders formuliert: Was ist das Ergebnis, wenn man versucht, eine Eigenschaft zu messen, die dem betreffenden Objekt gar nicht zukommt? Um die Frage zu beantworten, muss man sich ein Messverfah-

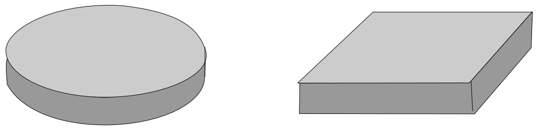

Abbildung 7.5: runde und quadratische Platten

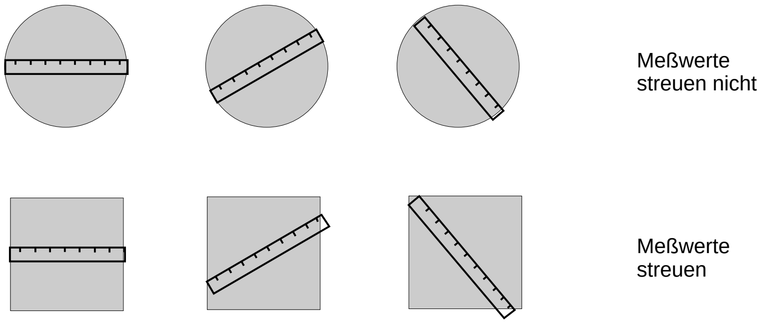

Abbildung 7.6: Messverfahren für die Eigenschaft „Durchmesser“

ren für die Eigenschaft „Durchmesser“ ausdenken. Man könnte z. B. ein Maßband nehmen und unter verschiedenen Winkeln den Abstand von Kante zu Kante messen (Abb. 7.6), wobei das Maßband immer durch den Mittelpunkt gehen muss. Für die runden Platten erhält man immer denselben Messwert. Sie besitzen die Eigenschaft „Durchmesser“. Für die quadratischen Platten streuen die Messwerte. Dies zeigt an, dass diese Platten die gemessene Eigenschaft nicht besitzen.

Umgekehrt kann man nach der Eigenschaft „Seitenlänge“ fragen, die den quadratischen Platten zukommt. Diese Frage ist für die runden Platten sinnlos, weil man ihnen keine Seitenlänge zuschreiben kann. Wiederum schlägt sich dies in den Ergebnissen von Messungen nieder, die man mit einem geeigneten Messverfahren durchführen kann. Die Eigenschaft „Seitenlänge“ könnte man z. B. dadurch messen, dass man das Maßband immer in vertikaler Richtung anlegt, aber im Unterschied zu vorher die Messung an mehreren Stellen durchführt (Abb. 7.7). Bei diesem Messverfahren streuen die Messwerte für die runden Platten, während man bei den quadratischen Platten immer denselben Messwert erhät, der die Seitenlänge der Platten angibt.

Dies zeigt, dass es schon bei makroskopischen Objekten Beispiele gibt, bei denen man mit der Zuordnung einer Eigenschaft vorsichtig sein muss. Bei Quantenobjekten muss man sich bei jeder Eigenschaft

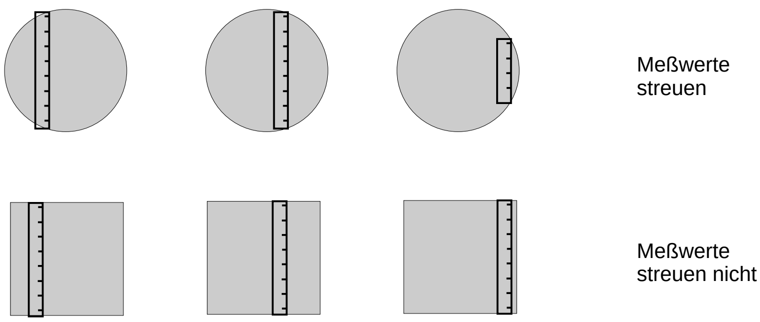

Abbildung 7.7: Messverfahren für die Eigenschaft „Seitenlänge“

vergewissern, ob die Zuordnung sinnvoll ist. Dies wird im allgemeinen nur durch ein erfolgreiches Präparationsverfahren sichergestellt.

7.5 Elektronen am Einzelspalt und die quantitative Formulierung der Unbestimmtheitsrelation

Nach der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation kann man an einem Ensemble von Quantenobjekten Ort und Impuls nicht gleichzeitig perfekt präparieren. Nachdem wir im vorletzten Abschnitt ein Maß für die Güte einer Präparation gefunden haben, können wir fragen, *in welchem Ausmaß* Orts- und Impulspräparation unvereinbar sind. Das bedeutet: Wenn man eine experimentelle Anordnung betrachtet, bei der Ort und Impuls nur näherungsweise präpariert werden – gibt es dann eine Grenze, wie nahe man dem Ideal einer perfekten Präparation kommen kann?

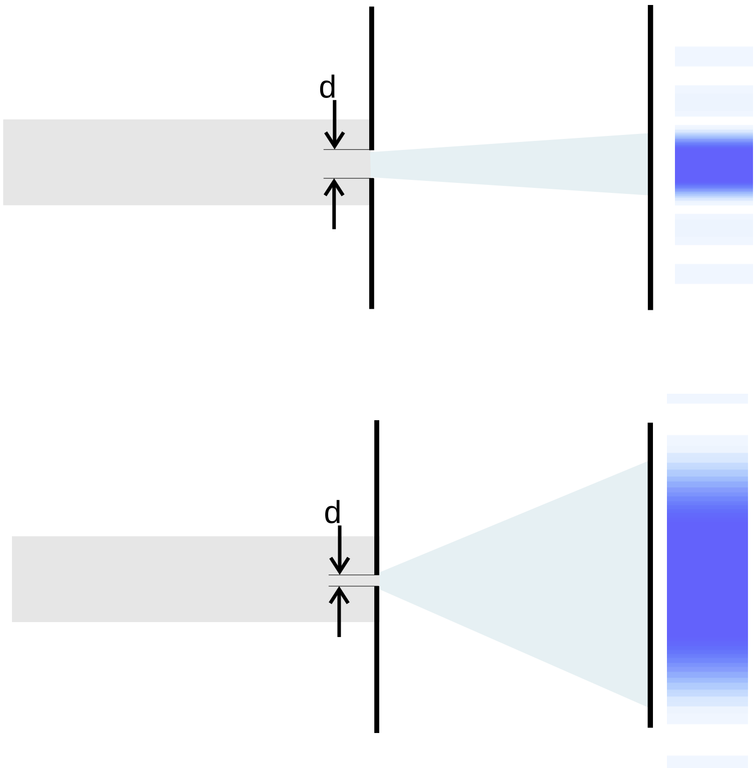

Abbildung 7.8: Elektronen am Einzelspalt

Es ist tatsächlich möglich, eine solche Aussage zu treffen. Man kann die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation quantitativ als eine Beziehung zwischen Δy und Δp_y formulieren, also zwischen den Maßzahlen für die Güte der Präparation von Ort und Impuls. Dazu betrachten wir den Versuch, mit Hilfe eines Spalts an Elektronen gleichzeitig Ort y und Impuls p_y senkrecht zur Strahlrichtung zu präparieren.

Experiment 7.3 (Computersimulation): Starten Sie das Doppelspalt-Simulationsprogramm und wählen Sie Elektronen der Energie $E = 50$ keV. Aktivieren Sie am Schirm die Einstellung „theoretische Verteilung“. Klicken Sie nun auf die Blende und schließen einen der beiden Spalte. Sie können nun die Elektronenbeugung am Einzelspalt untersuchen.

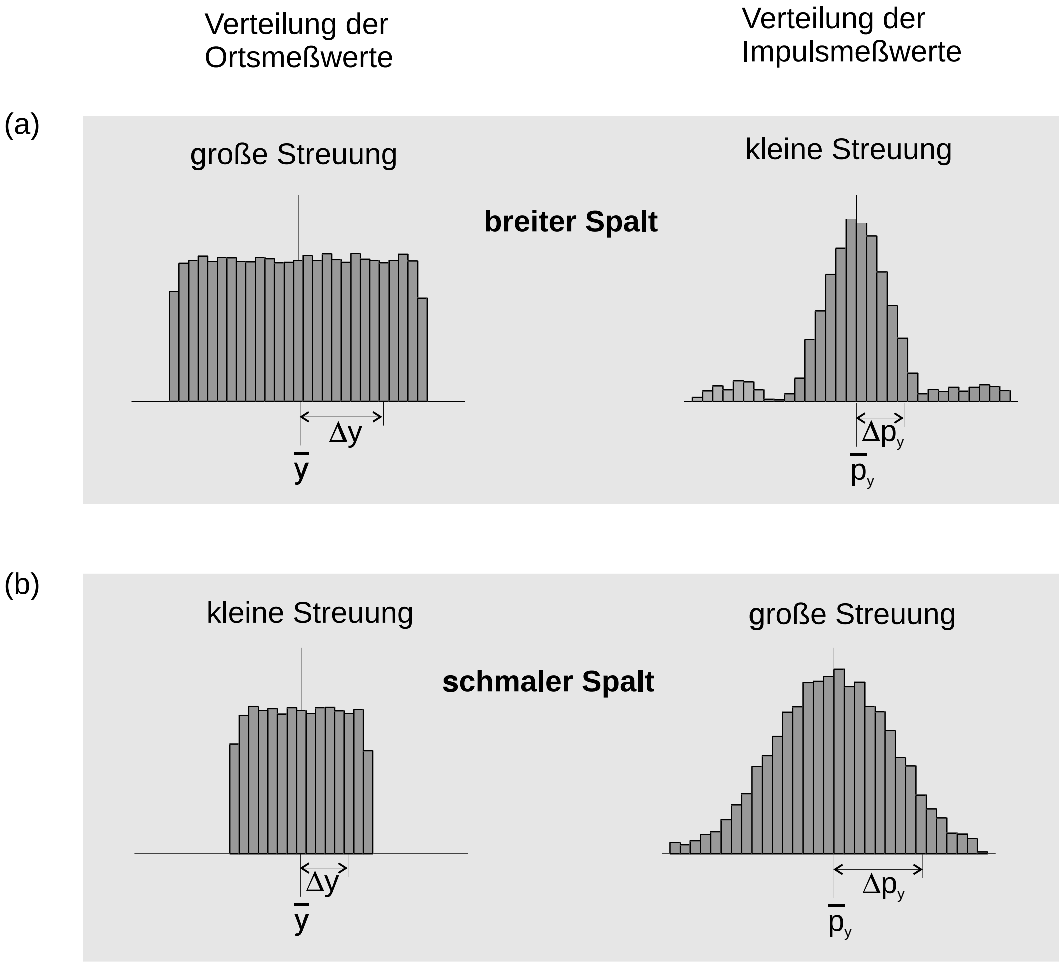

Abbildung 7.9: Verteilung der Orts- und Impulsmesswerte für einen breiten und einen schmalen Einzelspalt

Variieren Sie die Spaltbreite zwischen 700 nm und 200 nm. Wie beim analogen Experiment mit Photonen (Abschnitt 7.2) wird der Strahl hinter dem Spalt aufgeweitet. Je schmaler man den Spalt macht, desto breiter wird das Beugungsmuster (Abb. 7.8).

Die Güte der Orts- bzw. Impulspräparation wird durch die Streuung der Messwerte einer entsprechenden Testmessung beschrieben. An dem Ensemble von Elektronen, das durch den Spalt präpariert wird, nimmt man also – genau wie im vorigen Abschnitt – die Verteilung der Ortsmesswerte unmittelbar hinter dem Spalt auf. Dann ersetzt man den hochauflösenden Ortsdetektor durch ein Impulsmessgerät und ermittelt damit die Verteilung der Impulsmesswerte. Beide Verteilungen werden in ein Diagramm übertragen und ihre Standardabweichungen werden ermittelt. So erhält man die Ortsstreuung Δy und die Impulsstreuung Δp_y.

Die Ergebnisse sind in Abb. 7.9 gezeigt: Für einen breiten Spalt ergibt sich eine relativ große Ortsstreuung, aber eine kleine Impulsstreuung (Abb. 7.9 (a)). Dagegen ist bei einem schmalen Spalt die Ortsstreuung klein, aber die Impulsstreuung groß (Abb. 7.9 (b)). Die beiden Streuungen scheinen im vorliegenden Beispiel reziprok miteinander verknüpft zu sein: Die Streuung der Impulsmesswerte nimmt zu, wenn die Streuung der Ortsmesswerte abnimmt und umgekehrt.

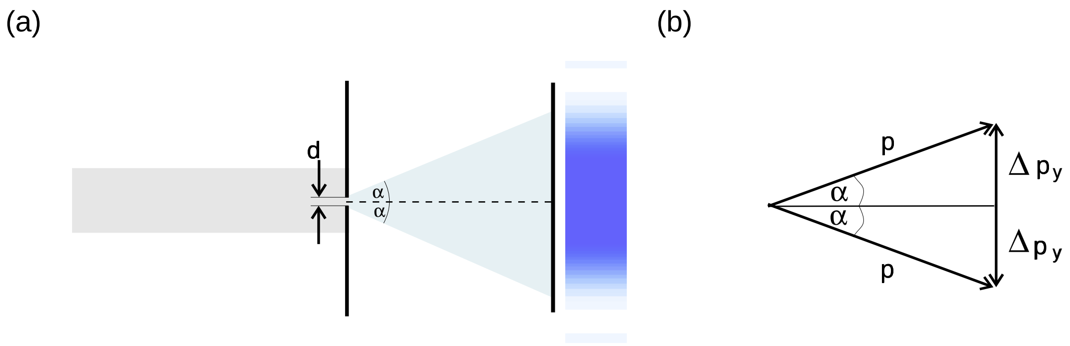

Abbildung 7.10: Abschätzung der Impulsstreuung Δp.

Man kann sich diesen reziproken Zusammenhang zwischen Orts- und Impulsstreuung auch theoretisch plausibel machen. Die Quelle präpariert Elektronen mit der Eigenschaft „Impuls“. Alle Elektronen besitzen in x-Richtung den Impuls $p_x = \sqrt{2mE}$ und keine Impulskomponente in y-Richtung: $p_y = 0$.

Durch die Beugung am Spalt verliert der Elektronenstrahl seine ursprüngliche Impulseigenschaft. Hinter dem Spalt misst man die in Abb. 7.9 gezeigte statistische Streuung der Querimpulse p_y. Auf dem Weg vom Spalt zum Schirm weitet sich der Strahl daher auf und bildet das beobachtete Beugungsmuster aus. Je größer die Streuung der Querimpulse ist, desto breiter wird das Beugungsbild auf dem Schirm ausfallen. Daher kann man mit der Breite des Beugungsmusters auf dem Schirm die Streuung der Impulsmesswerte am Spalt abschätzen.

Der Großteil der Elektronen wird auf dem Schirm innerhalb des Hauptmaximums der Beugungsfigur registriert, also innerhalb des Winkelbereichs zwischen $+\alpha$ und $-\alpha$ (Abb. 7.10 (a)). Zur Abschätzung der Streuung der Querimpulse Δp_y kann man sich daher auf diesen Bereich beschränken. Aus Abb. 7.10 (b) liest man den folgenden Zusammenhang ab.

$$\Delta p_y \approx p \sin \alpha. \tag{7.1}$$

Der Bereich des Hauptmaximums ist durch die ersten Beugungsminima begrenzt, dessen Lage aus der klassischen Optik bekannt ist:

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{d}. \tag{7.2}$$

Im Fall der Elektronen ist λ die de-Broglie-Wellenlänge des auf Impuls p präparierten einfallenden Strahls $\lambda = h/p$ (vgl. (5.3)). Also gilt:

$$\sin \alpha = \frac{h}{p \cdot d}. \tag{7.3}$$

Eliminiert man $\sin \alpha$ aus den Gleichungen (7.1) und (7.3), ergibt sich:

$$\frac{h}{p \cdot d} \approx \frac{\Delta p_y}{p}. \tag{7.4}$$

Dividiert man auf beiden Seiten durch p und schätzt die Streuung der Ortsmesswerte Δy durch die Spaltbreite d ab, wird diese Gleichung zu:

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \approx h \tag{7.5}$$

Dies ist die gesuchte Gleichung, die für unser Spaltbeispiel die Streuungen der Orts- und der Impulsmesswerte in gesetzmäßiger Weise miteinander verknüpft. Das Produkt der beiden Streuungen ist in diesem Beispiel immer von der Größenordnung der Planckschen Konstanten h. Daher muss bei jedem Versuch, die Ortsstreuung Δy durch Verengen des Spalts zu verringern, die Streuung der Querimpulse Δp_y größer werden und umgekehrt.

Gleichung (7.5) stellt die quantitative Formulierung der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation für das spezielle Beispiel des Spalts dar. Sie besitzt jedoch einen viel größeren Gültigkeitsbereich. In ihrer allgemeinen Form regelt sie generell, wie gut Orts- und Impulspräparation gleichzeitig möglich sind:

Hat man ein Ensemble von Quantenobjekten so präpariert, dass die Streuung der Ortsmesswerte Δy klein ist, wird die Streuung der Impulsmesswerte Δp_y groß sein (und umgekehrt). Es gilt die *Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation:*

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{h}{4\pi}. \tag{7.6}$$

Die Überlegungen am Einzelspalt suggerieren, dass ein Ensemble mit großer Ortsstreuung automatisch eine kleine Impulsstreuung aufweisen wird. Das wird im allgemeinen nicht der Fall sein. An einem Ensemble von Quantenobjekten kann sowohl der Ort als auch der Impuls schlecht präpariert sein. Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation stellt nur eine *untere Schranke* für die gleichzeitige Präparation von Ort und Impuls dar. Dies wird durch das Größer-Zeichen in (7.6) zum Ausdruck gebracht. Der gegenüber Gleichung (7.5) geänderte Vorfaktor ist durch die bei der Ableitung dieser Gleichung gemachten Abschätzungen bedingt.

Die bisherigen Überlegungen zur Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation galten nur für Komponenten von Ort und Impuls in der gleichen Richtung (hier y-Richtung). Es stellt sich heraus, dass die Unmöglichkeit der gleichzeitigen Präparation nur für diese Komponenten gilt. Das bedeutet: Es ist zwar unmöglich, gleichzeitig x und p_x oder y und p_y zu präparieren. Orts- und Impulskomponenten in verschiedene Richtungen, wie z. B. y und p_x oder x und p_y lassen sich aber durchaus gleichzeitig präparieren.

7.6 Unbestimmtheitsrelation und Bahnbegriff

Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation bedeutet den **Abschied vom Begriff der Bahn eines Teilchens**, wie er in der klassischen Physik verwendet wird. Der Bahnbegriff ist mit der Notwendigkeit verbunden, Ort und Impuls zum gleichen Zeitpunkt exakt anzugeben. In der klassischen Mechanik ist dies im Prinzip immer möglich; man stößt dabei höchstens an praktische Grenzen. Die Unbestimmtheitsrelation (7.6) zeigt jedoch, daß dies für Quantenobjekte wie Elektronen niemals möglich ist: Quantenobjekte können niemals die Eigenschaften „Ort“ und „Impuls“ zugleich besitzen. Das Produkt der Streuungen Δy und Δp_y muß immer in der Größenordnung der Planckschen Konstante h oder größer sein.

Wie ist diese Feststellung aber mit der Beobachtung zu vereinbaren, dass Elektronen in einer Elektronenstrahlröhre scheinbar auf einer wohldefinierten Bahn laufen? Um diesen scheinbaren Widerspruch aufzuklären, betrachten wir das folgende Beispiel:

In einer Elektronenstrahlröhre wird der Elektronenstrahl an der Anode auf eine Breite $\Delta y \approx d = 0,1$ mm abgeblendet (Abb. 7.11). Die Streuung der Impulse in y-Richtung (also in Querrichtung) ist daher mindestens

$$\Delta p_y = \frac{h}{4\pi \Delta x} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}\,\text{kg m s}}{4\pi \cdot 10^{-4}\,\text{m}} = 5,3 \cdot 10^{31}\,\text{kg m /s}.$$

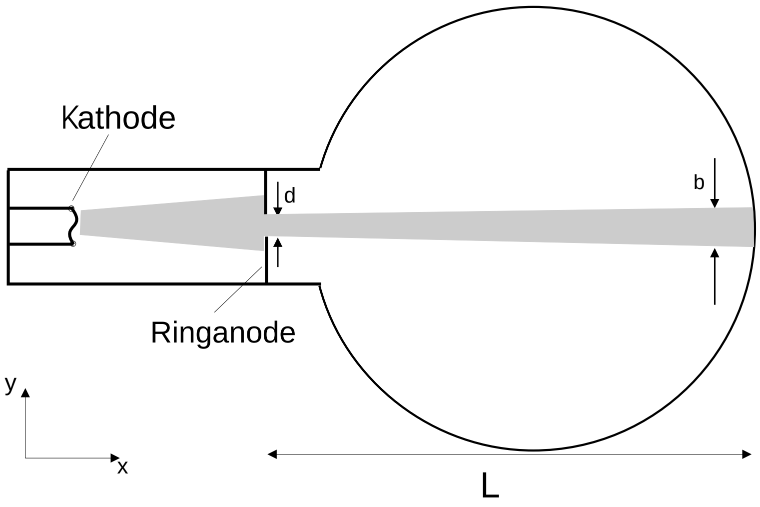

Abbildung 7.11: „Bahn“ der Elektronen in einer Elektronenstrahlröhre

Die Geschwindigkeitsstreuung in y-Richtung erhält man, indem man Δp_y durch die Elektronenmasse teilt:

$$\Delta v_y = \frac{\Delta p_y}{m} = 0,58\text{m/s}.$$

Zum Vergleich berechnet man die Geschwindigkeit in x-Richtung (also in Strahlrichtung), die ein Elektron bei einer Beschleunigungsspannung von 1 kV besitzt:

$$v_x = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 1,9 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

Um eine Strecke $L = 20$ cm zu durchqueren benötigen die Elektronen eine Zeit $t = L/v_x = 1,1 \cdot 10^{-8}$ s. In dieser Zeit weitet sich der Strahl in Querrichtung um $\Delta y = \Delta v_y t = 6 \cdot 10^{-9}$ m auf, was jenseits aller Nachweisbarkeit liegt. Die Erkennbarkeit einer „Bahn“ in der Elektronenstrahlröhre widerspricht der Unbestimmtheitsrelation also nicht.